

# مقایسه سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی در بانکداری بدون ربا

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۵/۳۰

محمدحسین دیانتي \* کریم اسلاملوئیان \*\*  
سیدعباس موسویان \*\*\* روح‌اله شهنازی \*\*\*\*

## چکیده

هدف مطالعه پیش رو پاسخ به این پرسش است که از نگاه سود سپرده‌ها، کدام یک از روش‌های سپرده‌گذاری تلفیقی یا تفکیکی در بانکداری بدون ربا برتر است. در روش سپرده‌های تلفیقی، بانک سپرده‌ها را در قالب یکسان از سپرده‌گذاران دریافت می‌نماید؛ اما در روش سپرده‌های تفکیکی، سپرده‌ها بر اساس نوع قرارداد - مبادله‌ای یا مشارکتی - بر مبنای تصمیم سپرده‌گذاران تفکیک می‌گردد. فرضیه این است که تلفیقی یا تفکیکی بودن سپرده‌ها بر سود سپرده‌گذاران تأثیر دارد.

در این راستا، یک الگوی نظری طراحی شده که بر اساس آن نشان داده می‌شود سود روش تلفیقی بیشتر از - و در شرایطی برابر با - روش تفکیکی می‌باشد. این امر را می‌توان بر اساس نظریه سبب‌داری‌های مارکویتز (تنوع‌بخشیدن در دارایی‌ها سبب کاهش مخاطره می‌شود)، تحلیل نمود. مطالعه نشان می‌دهد که برای سطح مخاطره یکسان، در غالب موارد، سود انتظاری روش تلفیقی از ترکیب‌های مختلف روش تفکیکی بیشتر است. همچنین در روش تفکیکی ملاحظه می‌شود که تنها تحت شرایط خاص، افراد مخاطره‌گریز شدید می‌توانند به مطلوبیت بیشتر برسند؛ بنابراین بر اساس معیار سود انتظاری برای سپرده‌گذارها، ترکیب دو روش سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی بهینه می‌باشد؛ زیرا افراد با ترجیحات متفاوت می‌توانند به بالاترین سطح مطلوبیت خود دست یابند.

**واژگان کلیدی:** بانکداری بدون ربا، عقود مشارکتی، عقود مبادله‌ای، سپرده‌های تلفیقی، تفکیکی.

طبقه‌بندی JEL: G11, G21

\* دانشجوی دکتری اقتصاد دانشگاه شیراز (نویسنده مسئول). Email: mhdianati@gmail.com.

\*\* استاد اقتصاد دانشگاه شیراز. Email: keslamlo@rose.shirazu.ac.ir.

\*\*\* استاد پژوهشگاه فرهنگ و اندیشه اسلامی. Email: samosavian@yahoo.com.

\*\*\*\* استادیار اقتصاد دانشگاه شیراز. Email: rshahnazi@shirazu.ac.ir.

## مقدمه

پیروزی انقلاب اسلامی ایران و تشکیل حکومت جمهوری اسلامی ایران سبب شد جهت هماهنگی با ساختار حکومت اسلامی، بحث تغییر نظام بانکداری کشور ایران که تا پیش از انقلاب به صورت ربوی عمل می‌نمود، آغاز گردد. در سال ۱۳۶۱ لایحه عملیات بانکی بدون ربا (بهره) جهت حذف بهره و انطباق عملیات بانکی با موازین اسلامی تقدیم مجلس شورای اسلامی گردید که در تاریخ هشتم شهریور ۱۳۶۲ به تصویب رسید. با وجود تمامی تلاش‌هایی که بر اساس قانون عملیات بانکی بدون ربا (بهره) انجام گرفته است، اما به بیان کارشناسان (سبحانی (۱۳۷۴)، موسویان (۱۳۸۲ و ۱۳۸۵)، صدیقی (۱۳۸۷)، عیوضلو (۱۳۸۷)، میسمی و قلیچ (۱۳۹۰)، قلیچ (۱۳۹۰)) هنوز به صورت کامل نظام بانکداری بدون بهره در کشور جمهوری اسلامی ایران، اجرایی نگردیده است. در عین حال روش‌های گوناگونی برای فعالیت بانک‌ها در قالب حذف بهره، چه در کلیات و چه در جزئیات، وجود دارد؛ از جمله روش‌هایی که بانک‌ها در قالب آنها می‌توانند به فعالیت بدون بهره بپردازند، روش تفکیک فعالیت نهادهای مالی، روش تلفیق سپرده‌ها و روش تفکیک سپرده‌ها می‌باشد. در روش تفکیک فعالیت نهادهای مالی که توسط دودی و صمصامی (۱۳۸۹) ارائه شده است، فعالیت‌های مختلف مالی میان بانک‌های قرض‌الحسنه - که تنها سپرده و تسهیلات قرض‌الحسنه ارائه دهند - بانک‌های سرمایه‌گذاری - که تنها بر اساس قراردادهای مشارکتی، سپرده و تسهیلات ارائه دهند - و شرکت‌های لیزینگ - که تنها بر پایه قراردادهای مبادله‌ای فعالیت کنند - تقسیم می‌گردد. در روش سپرده‌های تلفیقی، بانک مبلغ سپرده‌ها را در قالب یکسان از سپرده‌گذاران دریافت می‌نماید و سپس بانک نحوه تخصیص - به صورت قرارداد مبادله‌ای یا مشارکتی - این منابع را تعیین می‌نماید؛ در این روش بانک‌ها به سپرده‌ها سود علی‌الحساب می‌پردازند تا در پایان دوره سود واقعی محاسبه و به سپرده‌ها پرداخت شود. در روش سپرده‌های تفکیکی، مبلغ سپرده‌ها بر اساس نوع قرارداد - مبادله‌ای یا مشارکتی - بر مبنای اراده سپرده‌گذاران تفکیک می‌گردد و در واقع نحوه تخصیص منابع، توسط سپرده‌گذاران تعیین می‌شود. در این روش بانک‌ها به سپرده‌های مبادله‌ای سود ثابت و به سپرده‌های مشارکتی سود علی‌الحساب می‌پردازند تا در پایان دوره سود واقعی ناشی از سپرده‌های مشارکتی محاسبه و به آنها

پرداخت شود.\* حال پرسش این است که در اجرای بانکداری بدون بهره از میان روش‌های تلفیقی و تفکیکی کدام یک مزیت دارد؟

فرضیه مطالعه حاضر این است که تجهیز منابع مالی با توجه به نوع روش سپرده‌گذاری در بانکداری بدون بهره دارای نتایج متفاوت است. عمده مطالعات در این زمینه به بحث‌های فقهی پرداخته‌اند؛ ولی در این مقاله با طراحی یک الگوی نظری به پرسش بالا پاسخ داده خواهد شد. در این مطالعه با توجه به امکان اجرایی نمودن سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی در بانکداری بدون بهره، تلاش می‌شود بر اساس سود تعلق‌یافته اولیه به سپرده‌ها و سود انتظاری سپرده‌ها، تفاوت این دو روش سپرده‌گذاری بررسی گردد. برای این هدف نخست در قسمت پیشینه پژوهش، مطالعات مرتبط با مطالعه حاضر ارائه شده است. پس از آن در قسمت مبانی نظری با استفاده از روش نظری و تحلیل آن در دو بخش مقایسه سود تعلق‌یافته اولیه و مقایسه سود انتظاری سپرده‌ها، پاسخ پرسش اصلی تحقیق مشخص گردیده است. در نهایت نیز خلاصه نتایج در قسمت نتیجه‌گیری گزارش شده است.

### پیشینه پژوهش

در میان مطالعات مقایسه روش‌های مختلف بانکداری، بیشتر مطالعات، به مقایسه بانکداری بدون بهره و بانکداری سنتی (ربوی) توجه کرده‌اند و بیشتر آنها تنها به مقایسه عملکرد دو روش پرداخته‌اند؛ اما کمتر مطالعه‌ای به مقایسه روش‌های مختلف بانکداری در ساختار اقتصادی یکسان - ربوی یا غیر ربوی - پرداخته است. در این بخش به دو مطالعه‌ای که به روش دیگری از بانکداری بدون بهره، متفاوت از روش معمول در کشور جمهوری اسلامی ایران، توجه نموده‌اند، اشاره می‌گردد.

موسویان (۱۳۸۶) در مقاله‌ای به نقد و بررسی قانون عملیات بانکی بدون ربا و پیشنهاد قانون جایگزین نموده است. وی در مقاله خود با بررسی محتوایی و اجرایی قانون عملیات بانکی بدون ربا در کشور جمهوری اسلامی ایران، ده مورد اشکال و انتقاد بر آن می‌شمرد که از جمله آنها عدم جامعیت و نارسایی قانون درباره هدف‌ها و سلیقه‌های سپرده‌گذاران

\*. در هر دو روش تلفیقی و تفکیکی سپرده‌های قرض‌الحسنه مجزا می‌باشند؛ ولی به دلیل تمرکز بر تفاوت این دو روش از این وجه مشترک اغماض شده است.

می‌باشد. وی برای رفع این مشکلات قانون جدیدی را پیشنهاد می‌نماید که از جمله موارد آن ارائه سپرده‌های سرمایه‌گذاری عام و خاص می‌باشد تا از این طریق بتوان هدف‌ها و سلیقه‌های مختلف سپرده‌گذاران را تأمین نمود. در واقع او در این مقاله به نوعی جهت برآورده‌نمودن سلیقه‌های مختلف سپرده‌گذاران روش جدید بانکداری بدون ربا را مطرح می‌نماید؛ به بیان دیگر موسویان در مقاله خود مزیت این روش جدید بانکداری بدون ربا\* در مقابل روش موجود\*\* را توجه به سلیقه‌های مختلف سپرده‌گذاران می‌داند.

در مقاله‌ای دیگر دودی و بیدار (۱۳۹۰) به بررسی حالت بانکداری بدون ربا بر اساس تفکیک عقود پرداخته‌اند. آنها بر اساس شانزده معیار فقهی، اخلاقی و اقتصادی به عنوان شاخص‌های بانکداری اسلامی مطلوب، بیان نمودند که الگوی تفکیکی به میزان ۹۳/۲۱ درصد با این الگوی مطلوب انطباق کامل یا امکان انطباق کامل دارد و به بیان دیگر این معیارها توسط این الگو تأمین می‌گردند. نکته دارای اهمیت در مورد مقاله دودی و بیدار این است که آنها این معیارها را تنها به صورت تحلیلی بیان نموده‌اند و به کلیات این معیارها و مباحث آنها پرداخته‌اند و وارد جزئیات نشده‌اند.

میرآخور (Mirakhor, 1987) به این مبحث پرداخت که بایستی از نظام بانکداری بدون بهره (ترکیب دارایی‌های مشارکتی و غیر مشارکتی) به سمت یک نظام بانکداری اسلامی (مشارکتی) حرکت نمود.\*\*\* وی در مطالعه خود فرض می‌کند مهم‌ترین عامل نگرانی مقامات پولی، خطر ورشکستگی بانک‌ها می‌باشد. سپس با در نظر گرفتن نابرابری چپ‌شرف (Chebyshev) به عنوان معیار ورشکستگی بانک‌ها و با فرض در اختیار داشتن دو نوع دارایی، بر اساس روش اسلامی قوی (مشارکتی مانند مضاربه) و روش اسلامی ضعیف (غیر مشارکتی مانند فروش اقساطی)، به تحلیل نظری ترکیب این دو نوع دارایی در بانکداری بدون بهره پرداخته است. میرآخور تابع احتمال ورشکستگی بانک را در این حالت، بر حسب بازدهی مورد انتظار فعالیت‌های فروش اقساطی و مضاربه، واریانس و

\*. می‌توان آن را نماینده روش سپرده‌های تفکیکی در نظر گرفت.

\*\*. می‌توان آن را نماینده روش سپرده‌های تلفیقی دانست.

\*\*\*. تعریف بانکداری اسلامی بر اساس دیدگاه ایشان، تنها انجام فعالیت‌های مشارکتی توسط بانک می‌باشد.

کواریانس این بازدهی‌ها و سهم هر یک از دارایی‌ها از کل سرمایه بانک، به دست آورده است. وی با تحلیل این تابع بیان می‌کند خودداری بانک‌ها از دست‌زدن به فعالیت‌های مشارکتی به دلیل خطر (ریسک) آنها در مقایسه با فعالیت‌های غیر مشارکتی، به احتمال زیاد سبب کاهش بازده کلی مورد انتظار می‌گردد و چنین تصمیمی بهینه نخواهد بود. او بر اساس این تحلیل نظری نتیجه می‌گیرد که حتی در حین حرکت به سمت نظام بانکداری اسلامی کامل (مشارکت کامل) نیز سیاست تمرکز زیاد بر روش‌های ضعیف اسلامی (غیر مشارکتی) به عنوان ابزاری برای رسیدن به حداقل مخاطره (ریسک) ورشکستگی، ممکن است روش بهینه نباشد.

دو مطالعه نخست جنبه‌های فقهی و کلی روش بانکداری بدون بهره با سپرده‌های تفکیکی را بررسی کرده‌اند و وارد مباحث جزئی اقتصادی جهت مقایسه با روش معمول بانکداری بدون بهره در ایران (روش سپرده‌های تلفیقی) نشده‌اند. مطالعه میرآخور (۱۹۸۷) نیز تنها به تحلیل بخش تخصیص منابع توسط بانک‌ها توجه نموده است؛ از این رو در مطالعه حاضر به قسمتی از بحث‌های مختلف اقتصادی که می‌توان جهت مقایسه دو روش بانکداری بدون بهره با سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی در نظر گرفت، یعنی سود تعلق‌یافته اولیه به سپرده‌ها (سود بدون مخاطره) و سود انتظاری سپرده‌ها توجه می‌گردد. در بخش بعدی مباحث نظری مورد نیاز جهت انجام این مقایسه بیان می‌شود.

## مبانی نظری

در مقایسه‌های اقتصادی روش‌های مختلف بانکداری می‌بایست تجهیز و تخصیص روش‌ها را در مقابل یکدیگر قرار داد و بررسی نمود. در این مطالعه فرض می‌شود دو روش بانکداری بدون بهره با سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی، از نظر تخصیص منابع تفاوتی با یکدیگر ندارند؛ زیرا در هر دو روش می‌بایست تخصیص با توجه به نیاز افراد دارای کسری منابع مالی، به سمت قراردادهای مبادله‌ای یا مشارکتی حرکت نماید؛ تنها می‌توان به تخصص‌گرایی در روش تفکیک اشاره داشت که در اثر جداشدن قراردادها از یکدیگر، هر یک از بانک‌ها در تخصیص منابع خود به تخصص می‌رسد؛ اما با توجه به هدف اصلی مطالعه حاضر که مقایسه سود تعلق‌یافته اولیه به سپرده‌ها (سود بدون مخاطره) و سود

انتظاری سپرده‌ها می‌باشد، از تمامی این تفاوت‌ها اغماض می‌شود و همان‌گونه‌که بیان شد فرض می‌شود در بخش تخصیص هر دو روش یکسان عمل نمایند. در واقع از آنجاکه بخش تخصیص قراردادی میان بانک‌ها و متقاضیان تسهیلات می‌باشد که تصمیم‌گیرنده اصلی بانک‌ها می‌باشند و در هر دو روش بانکداری بدون بهره قراردادهای قابل استفاده مشابه می‌باشد، فرض می‌شود در شرایط یکسان - از نظر میزان منابع و فضای اقتصادی - بانک‌ها چه به روش تلفیقی و چه به روش تفکیکی، تصمیمات یکسانی اتخاذ نمایند.

در بخش تجهیز منابع، دو روش به صورت کامل متفاوت عمل می‌کنند. در روش تلفیقی در ابتدای دوره سود علی‌الحساب به سپرده‌ها پرداخت می‌گردد و سود دقیق در پایان دوره محاسبه و پرداخت می‌گردد. در روش تفکیکی به سپرده‌های مبادله‌ای سود با نرخ ثابت و به سپرده‌های مشارکتی همانند روش تلفیقی در ابتدای دوره سود علی‌الحساب و سود دقیق پس از محاسبه در پایان دوره پرداخت می‌گردد؛ بنابراین ممکن است که سود سپرده‌ها در این دو روش بانکداری بدون بهره با یکدیگر متفاوت باشد. در ادامه این موضوع تحت دو مبحث سود تعلق‌یافته اولیه و سود انتظاری، بررسی می‌شود؛ اما پیش از ورود به این دو مبحث، می‌بایست پیش‌فرض‌هایی را در نظر گرفت.

جهت مقایسه دو روش، فرض می‌گردد در روش تلفیقی تنها یک نوع سپرده وجود دارد که در آن مبلغ کل سپرده‌ها،  $C^d$  می‌باشد و در روش تفکیکی دو نوع سپرده مبادله‌ای و مشارکتی وجود داشته باشد که در سپرده‌های مبادله‌ای کل میزان سپرده‌ها  $C^{dmb}$  و در قراردادهای مشارکتی مبلغ کل سپرده‌ها برابر  $C^{dms}$  باشد. \* همان‌گونه‌که بیان گردید، فرض می‌شود در طرف تخصیص، هر دو روش یکسان عمل کنند\*\* به‌نحوی که کل تسهیلات

\*. به دلیل یکسان بودن تأثیر سپرده‌های قرض‌الحسنه در دو حالت، از اضافه کردن این بحث و پیچیده کردن موضوع پرهیز شده است.

\*\* اگرچه در دنیای واقعی امکان دارد متفاوت باشد، اما همان‌طور که در مباحث اقتصادی مرسوم است، جهت مقایسه دو حالت متفاوت کلیه شرایط یکسان در نظر گرفته می‌شود و چون هدف این مطالعه مقایسه عملکرد دو روش در بخش تجهیز - سود سپرده‌ها - می‌باشد، برای جلوگیری از پیچیدگی فرض شده که در بخش تخصیص دو روش یکسان عمل کنند و از تفاوت عملکرد دو روش در بخش تخصیص صرف‌نظر شده است.

پرداختی ( $C$ ) در هر دو روش به دو صورت تسهیلات مبادله‌ای ( $C_{mb}$ ) و تسهیلات مشارکتی ( $C_{ms}$ ) تقسیم گردد. اگر سهم تسهیلات مشارکتی با نسبت ( $\lambda$ ) نشان داده شود، با توجه به مطالب قبل این نسبت در هر دو روش یکسان خواهد بود و در روش تفکیکی می‌بایست چنین نسبتی در سمت تجهیز نیز برقرار گردد؛ به بیان دیگر سهم سپرده‌های مشارکتی نیز معادل نسبت ( $\lambda$ ) خواهد بود.\* اگر این دو نسبت برابر نباشند سپرده‌گذاران با حرکت به سمت یکی از سپرده‌های مشارکتی یا مبادله‌ای سبب افزایش عرضه وجوه آن قسمت شده و بنابراین بازدهی در آن نوع سپرده‌ها کاهش می‌یابد؛ از این رو بانک‌ها نیز سود این سپرده‌ها را کاهش می‌دهند و به دلیل آزادی تحرک منابع مالی، سپرده‌گذاران جهت دستیابی به سود بالاتر، وجوه خود را جابه‌جا خواهند کرد که با این جابه‌جایی تساوی مورد نظر ایجاد می‌گردد. این رابطه تساوی به صورت زیر می‌باشد:

$$\lambda = \frac{C_{ms}}{C} = \frac{C_{ms}^d}{C^d} \quad (1)$$

از آنجاکه در مباحث مربوط به انتخاب دارایی‌ها، بحث اصلی روی سه ویژگی یک دارایی از جهت بازده ( $Return$ )، مخاطره ( $Risk$ ) و نقدینگی ( $Liquidity$ ) می‌باشد (Becker, 2010, p.5)، با فرض یکسان بودن نقدینگی (برخورداری از بازار مناسب و آسانی فروش دارایی) در دو روش بانکداری بدون بهره مورد نظر،\*\* جهت مقایسه، کافی است به بررسی ویژگی‌های بازدهی - انتظاری - و مخاطره پرداخته شود. با توجه به اینکه در مباحث مالی، پس از مقاله مارشک (Marschak, 1938) به‌طور معمول از امید ریاضی (میانگین) ( $\mu$ ) و واریانس ( $\sigma^2$ ) به عنوان شاخص‌های بازدهی مورد انتظار و مخاطره استفاده می‌شود (Lee & Lee, 2006, pp. 457-458)، در این مطالعه نیز این دو معیار آماری به عنوان شاخص‌های بازدهی و مخاطره در نظر گرفته می‌شوند.

\* هر چند در روش تفکیکی به صورت عملی سپرده‌گذاران، سهم‌ها را تعیین می‌نمایند، اما جهت امکان مقایسه تحت شرایط یکسان، فرض می‌شود در هر دو روش مقدار این نسبت ( $\lambda$ )، مساوی باشد.

\*\* در هر دو روش، طرف قرارداد سپرده‌گذاران، بانک می‌باشد و از این رو می‌توان چنین فرضی را در نظر گرفت.

در مباحث آماری بیان می‌شود با تعیین توزیع آماری یک متغیر، مقدار میانگین و واریانس آن نیز معین می‌گردد؛ بنابراین در گام نخست بایستی توزیع آماری متغیر بازدهی کل قراردادهای مشارکتی ( $X_{ms}$ ) و بازدهی کل قراردادهای مبادله‌ای ( $X_{mb}$ ) مشخص گردد. جهت تعیین توزیع بازدهی کل قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای فرض می‌شود:

۱. در قراردادها، نکول و عدم بازپرداخت تسهیلات به صورت تصادفی رخ می‌دهد و نمی‌توان از پیش آن را تعیین نمود.
۲. در هر قرارداد امکان نکول و عدم بازپرداخت تسهیلات، مستقل از قراردادهای دیگر می‌باشد؛ بنابراین بازدهی نهایی قراردادهای مشارکتی از یکدیگر و همچنین بازدهی نهایی قراردادهای مبادله‌ای از یکدیگر مستقل می‌باشند.\*
۳. تعداد قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای پرداخت تسهیلات توسط بانکها، بسیار زیاد باشد.

با توجه به فرض نخست، بازدهی قرارداد مشارکتی  $X_{ms}^i$  و بازدهی قرارداد مبادله‌ای  $X_{mb}^i$  متغیرهای تصادفی می‌باشند. همچنین با در نظر گرفتن هر سه فرض، متغیر بازدهی کل قراردادهای مشارکتی ( $X_{ms}$ ) که میانگین وزنی (ترکیب خطی) آنها می‌باشد بر اساس قضیه حد مرکزی، توزیع نرمال دارد.\*\* همچنین متغیر بازدهی کل قراردادهای مبادله‌ای ( $X_{mb}$ ) دارای توزیع نرمال می‌باشد و آنها را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$X_{ms} \sim N(\mu_{ms}, \sigma_{ms}^2) \quad (۲)$$

$$X_{mb} \sim N(\mu_{mb}, \sigma_{mb}^2) \quad (۳)$$

که در آن میانگین ( $\mu$ ) و واریانس ( $\sigma^2$ ) به عنوان شاخص‌های بازدهی و مخاطره می‌باشند.

\*. این فرض، از وجود ارتباط درون هر دسته از قراردادها که می‌تواند ناشی از ارتباطات مختلف دریافت‌کنندگان تسهیلات باشد اغماض می‌کند.

\*\* از آنجاکه متغیر بازدهی کل، میانگین وزنی بازدهی تعداد زیادی قرارداد (متغیر تصادفی) مستقل می‌باشد، بر اساس قضیه حد مرکزی دارای توزیع نرمال می‌باشد. برای مطالعه بیشتر در مورد قضیه حد مرکزی رک به: (راس، ۱۳۸۱، ص ۴۱۵-۴۱۷).



از آنجاکه سهم قراردادهای مشارکتی از کل تسهیلات معادل ( $\lambda$ ) می‌باشد، در حالت تلفیقی، بازدهی کل تسهیلات پرداختی که ترکیب خطی از متغیر بازدهی هر دو نوع قرارداد می‌باشد، به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$X = \lambda X_{ms} + (1 - \lambda)X_{mb} \quad (4)$$

به دلیل آنکه سود کل تسهیلات پرداختی، به صورت ترکیب خطی از دو متغیر با توزیع نرمال می‌باشد، توزیع نرمال دارد (Lovric, 2011, p.997) که میانگین و واریانس آن با توجه به قضایای مربوط به امید ریاضی و واریانس به صورت زیر خواهد بود (جلیلی خشنود، ۱۳۸۳، ص ۲۵۴-۲۵۵):

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) = N(\lambda\mu_{ms} + (1 - \lambda)\mu_{mb}, \lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1 - \lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1 - \lambda)\text{Cov}(X_{ms}, X_{mb})) \quad (5)$$

که در آن  $\text{Cov}(X_{ms}, X_{mb})$  برابر کواریانس بین بازدهی قراردادهای مشارکتی و بازدهی قراردادهای مبادله‌ای می‌باشد.

حال که فروض اساسی جهت مقایسه دو روش تعیین شد، نخست سود تعلق یافته اولیه به سپرده‌ها در دو روش بانکداری بدون بهره با سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی مقایسه می‌گردد و پس از آن سود انتظاری سپرده‌ها در دو روش، مقایسه می‌شود.

### مقایسه دو روش از نظر سود تعلق یافته اولیه به سپرده‌ها

در روش سپرده‌های تلفیقی سود تعلق یافته اولیه به سپرده‌گذاران به صورت یکسان و در قالب سود علی الحساب ( $\mu^d$ ) با مخاطره صفر می‌باشد. در روش تفکیکی به دو نوع سپرده سودهای متفاوت پرداخت می‌گردد؛ به نحوی که به سپرده‌های مبادله‌ای سود ثابت  $\mu_{mb}^d$  و به سپرده‌های مشارکتی سود علی الحساب  $\mu_{ms}^d$  پرداخت می‌شود که هر دو آنها نیز بدون مخاطره می‌باشند. در چنین شرایطی اگر بانک‌ها سود علی الحساب یا قطعی هر یک از انواع سپرده‌ها را به صورتی تعیین نمایند که با وجود مخاطره، بتوانند با احتمال بیش از ۹۹ درصد، سود علی الحساب یا قطعی بدون مخاطره سپرده‌ها را از محل ارائه تسهیلات، کسب

و پرداخت کنند، می‌بایست سود مورد نظر را با کسر سه برابر انحراف معیار از میانگین متغیر بازدهی تسهیلات تعیین\* و پرداخت نمایند:\*\*

$$\mu_{ms}^d = \mu_{ms} - 3\sigma_{ms} \quad (6)$$

$$\mu_{mb}^d = \mu_{mb} - 3\sigma_{mb} \quad (7)$$

$$\mu^d = \mu - 3\sigma \quad (8)$$

حال می‌توان پرداخت سود تعلق‌یافته اولیه (سود علی‌الحساب) در روش تلفیقی ( $\mu^d$ ) و کل سود تعلق‌یافته اولیه (سود بدون مخاطره) در دو دسته سپرده‌های مبادله‌ای ( $\mu_{mb}^d$ ) و مشارکتی ( $\mu_{ms}^d$ ) در حالت تفکیکی را با یکدیگر مقایسه نمود. برای این کار کافی است مقادیر میانگین و واریانس سود کل تسهیلات پرداختی در روش تلفیقی - بر اساس معادله پنج - در معادله سود تعلق‌یافته اولیه این روش (معادله هشت) جایگذاری شود:

$$\mu^d = \mu - 3\sigma = \frac{\lambda\mu_{ms} + (1-\lambda)\mu_{mb}}{-3\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\text{Cov}(X_{ms} \text{ و } X_{mb})}} \quad (9)$$

با توجه به تعریف ضریب همبستگی بین بازدهی تسهیلات مشارکتی و مبادله‌ای ( $r_{ms,mb}$ ):

$$r_{ms,mb} = \text{Cov}(X_{ms} \text{ و } X_{mb}) / \sigma_{ms}\sigma_{mb} \quad (10)$$

می‌توان نتیجه گرفت:

$$\text{Cov}(X_{ms} \text{ و } X_{mb}) = \sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb} \quad (11)$$

و با جایگذاری نتیجه فوق به‌جای کواریانس بین بازدهی قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای در معادله نه و بازنویسی آن رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mu^d = \frac{\lambda\mu_{ms} + (1-\lambda)\mu_{mb}}{-3\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}}} \quad (12)$$

\*. فرض می‌شود که در هر دو روش کارمزد یکسان باشد و چون در نتایج تحلیل تأثیر ندارد، از اضافه‌نمودن کارمزد و پیچیده‌کردن موضوع صرف‌نظر شده است.

\*\* به دلیل اینکه متغیرهای بازدهی دارای توزیع نرمال می‌باشند و در توزیع نرمال، با احتمال بیش از ۹۹ درصد (دقیق ۹۹/۸۷ درصد)، مقدار پیشامد نهایی بزرگتر از مقدار میانگین منهای سه انحراف معیار ( $\mu - 3\sigma$ ) خواهد بود (جلیلی خشنود، ۱۳۸۳، ص ۲۳۷ / Jones, 2008, P.102).

ضریب همبستگی در شرایط همبستگی کامل مثبت (تغییرات دو متغیر به صورت کامل هم‌جهت یکدیگر) عدد مثبت یک و در شرایط همبستگی کامل منفی (تغییرات دو متغیر به صورت کامل خلاف جهت یکدیگر) عدد منفی یک خواهد بود؛ از این رو ضریب همبستگی همواره عددی بین ۱- الی ۱+ می‌باشد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} r_{ms,mb} \leq 1 \\ 0 \leq \sigma_{ms} \text{ و } \sigma_{mb} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Cov}(X_{ms} \text{ و } X_{mb}) = \sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb} \leq \sigma_{ms}\sigma_{mb} \quad (13)$$

و از آنجا که  $\lambda$  و  $1-\lambda$  اعدادی مثبت - بین صفر و یک - می‌باشند می‌توان نتیجه گرفت:

$$2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb} \leq 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb} \quad (14)$$

بنابراین با افزودن مقدار ثابت  $\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2$  به دو طرف نامساوی و

سپس جذرگیری از هر دو طرف، خواهیم داشت:

$$\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}} \leq \sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}} \quad (15)$$

که با ضرب دو طرف نامساوی در عدد ۳-، رابطه نامساوی تغییر جهت می‌دهد:

$$\begin{aligned} -3\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}} &\geq \\ -3\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}} &\quad (16) \end{aligned}$$

حال با اضافه نمودن عبارت  $\lambda\mu_{ms} + (1-\lambda)\mu_{mb}$  به هر دو طرف نامساوی

می‌توان رابطه زیر را به دست آورد:

$$\begin{aligned} \mu^d = \lambda\mu_{ms} + (1-\lambda)\mu_{mb} \\ -3\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}} &\geq \lambda\mu_{ms} \\ + (1-\lambda)\mu_{mb} - 3\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1-\lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1-\lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}} &\quad (17) \end{aligned}$$

و با ساده‌سازی، طرف راست این نامساوی به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\begin{aligned} & \lambda\mu_{ms} + (1 - \lambda)\mu_{mb} - 3\sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1 - \lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1 - \lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}} \\ & = \lambda\mu_{ms} + (1 - \lambda)\mu_{mb} - 3\sqrt{(\lambda\sigma_{ms} + (1 - \lambda)\sigma_{mb})^2} \\ & = \lambda\mu_{ms} + (1 - \lambda)\mu_{mb} - 3|\lambda\sigma_{ms} + (1 - \lambda)\sigma_{mb}| \end{aligned} \quad (۱۸)$$

از آنجا که مقدار درون قدرمطلق یعنی  $\lambda\sigma_{ms} + (1 - \lambda)\sigma_{mb}$  همواره عددی مثبت

می باشد، می توان از قدرمطلق صرف نظر نمود و طرف راست را خلاصه تر نمود:

$$\begin{aligned} & \lambda\mu_{ms} + (1 - \lambda)\mu_{mb} - 3|\lambda\sigma_{ms} + (1 - \lambda)\sigma_{mb}| \\ & = \lambda\mu_{ms} + (1 - \lambda)\mu_{mb} - 3(\lambda\sigma_{ms} + (1 - \lambda)\sigma_{mb}) \\ & = \lambda(\mu_{ms} - 3\sigma_{ms}) + (1 - \lambda)(\mu_{mb} - 3\sigma_{mb}) = \lambda\mu_{ms}^d + (1 - \lambda)\mu_{mb}^d \end{aligned} \quad (۱۹)$$

که در نهایت نامساوی را می توان به صورت خلاصه چنین نوشت:

$$\mu^d \geq \lambda\mu_{ms}^d + (1 - \lambda)\mu_{mb}^d \quad (۲۰)$$

در طرف چپ سود اولیه تعلق یافته به سپرده های روش تلفیقی و در طرف راست ترکیبی با نسبت مشابه روش تلفیقی، از سود اولیه تعلق یافته به سپرده های مشارکتی و مبادله ای در روش تفکیکی نوشته شده است؛ به بیان دیگر، سود اولیه پرداختی به کل سپرده ها در روش تلفیقی بیشتر یا مساوی با سود اولیه پرداختی به کل سپرده ها در روش تفکیکی می باشد. اگر بیشتر بودن سود اولیه پرداختی به سپرده گذاران در روش تلفیقی به میزان بسیار ناچیزی نیز تحقق یابد،\* در روش تلفیقی این امکان برای فرد سپرده گذار به وجود می آید که به قسمتی از مبلغ سود انتظاری خود زودتر دسترسی داشته باشد و از سپرده گذاری مجدد آن در مقایسه با روش تفکیکی در کل، سود بیشتری کسب نماید؛ بنابراین با این تحلیل و مقایسه به نظر می آید که روش تلفیقی در مقایسه با روش تفکیکی برای سپرده گذاران بهتر یا حداقل بی تفاوت باشد.

دلیل پرداخت سود اولیه بیشتر به سپرده گذاران در روش تلفیقی را می توان یکی از نتایج تنوع بخشیدن (Diversification) در نظریه سبد دارایی های مارکویتز (Markowitz's

---

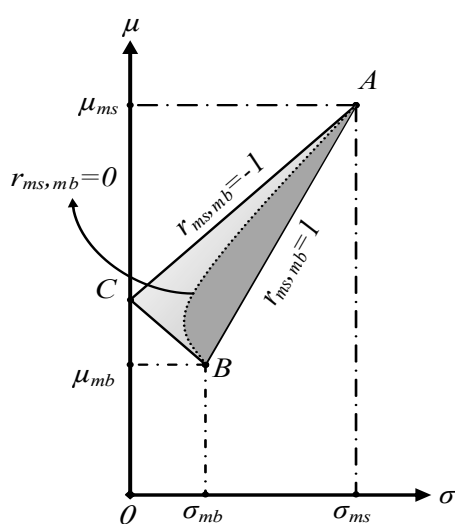
\*. با توجه به اینکه حالت تساوی در زمان یک بودن ضریب همبستگی - که بسیار به ندرت اتفاق می افتد - رخ می دهد، رابطه شماره بیست نشان می دهد که در بیشتر مواقع سود بدون مخاطره سپرده های تلفیقی بیش از ترکیب سودهای بدون مخاطره (سود علی الحساب سپرده های مشارکتی و سود قطعی سپرده های مبادله ای) در روش تفکیکی خواهد بود.

Portfolio Theory) تحلیل نمود. با توجه به نظریه سبد دارایی‌های مارکویتز این نتیجه به دست می‌آید که تنوع‌بخشیدن و ترکیب دارایی‌های با بازدهی و مخاطره مختلف در اغلب موارد بهتر از انتخاب یک دارایی به تنهایی می‌باشد؛ زیرا سبب توزیع و کاهش مخاطره می‌گردد (Lai & Xing, 2008, p.67). در مطالعه حاضر بایستی به این نکته توجه نمود که کاهش مخاطره از طریق ترکیب گزینه‌ها برای بانک مفهوم دارد. به بیان دقیق‌تر چون بانک سود تعلق‌یافته اولیه سپرده‌های تلفیقی را بر اساس ترکیب قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی پرداخت می‌نماید، این ترکیب در مقایسه با قراردادهای مبادله‌ای یا قراردادهای مشارکتی به تنهایی، دارای مخاطره کوچک‌تر یا مساوی می‌باشد؛ از این رو سود اولیه پرداختی به سپرده‌گذاران که پس از کسر سه انحراف معیار (شاخص مخاطره) مشخص می‌گردد، در روش تلفیقی بزرگ‌تر یا مساوی ترکیب یکسان (سهم یکسان) سود علی‌الحساب سپرده‌های مشارکتی و سود قطعی سپرده‌های مبادله‌ای در روش تفکیکی می‌شود؛ به عبارت دیگر در اینجا می‌بایست مراقب بود که بر اساس وجود دو گزینه پیش روی سپرده‌گذاران در روش تفکیکی، مسیر اشتباه جهت تحلیل انتخاب نشود؛ بلکه جهت مقایسه دو روش از نظر سودهای پرداختی اولیه به سپرده‌ها، می‌بایست به وجود دو گزینه پیش روی بانک در روش تلفیقی توجه نمود و نظریه سبد دارایی‌های مارکویتز را برای بانک در نظر گرفت.

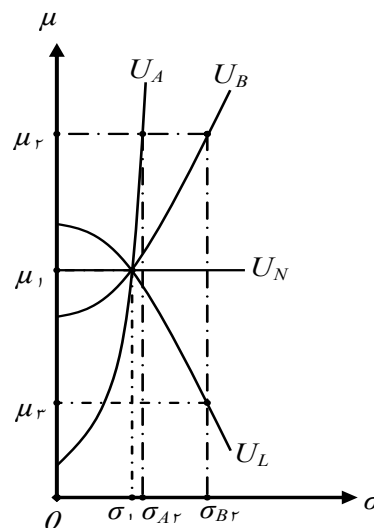
### مقایسه از نظر سود انتظاری به سپرده‌ها

برای بررسی روحیات و ترجیحات افراد در بحث‌های مالی، از منحنی‌های بی‌تفاوتی (مطلوبیت یکسان) در فضای دوبعدی بازدهی ( $\mu$ ) و مخاطره ( $\sigma$  یا  $\sigma^2$ ) استفاده می‌شود. افراد در این مباحث به سه دسته افراد مخاطره‌گریز (Risk Averter)، مخاطره‌پذیر (Risk Lover) و بی‌تفاوت (خنثی) (Risk Neutral) تقسیم می‌گردند (Cuthbertson & Nitzsche, 2004, p.14). منحنی‌های بی‌تفاوتی افراد مخاطره‌گریز دارای شیب مثبت، ولی این منحنی‌ها برای افراد مخاطره‌پذیر شیب منفی دارد و در مورد افراد خنثی شیب صفر دارد که این تفاوت را می‌توان در قسمت الف شکل یک، برای افراد مخاطره‌گریز (A) و (B)، مخاطره‌پذیر (L) و خنثی (N) مشاهده کرد. از آنجاکه غالب افراد مخاطره‌گریز

می‌باشند\* منحنی بی‌تفاوتی دو نفر مخاطره‌گریز (A و B) با میزان متفاوت مخاطره‌گریزی در نمودار ترسیم شده است. با توجه به شکل، این دو نفر برای آنکه از ترکیب بازدهی و مخاطره نخست ( $\mu_1$  و  $\sigma_1$ ) به بازدهی بیشتر ( $\mu_2$ ) برسند، حاضرند مقدار مخاطره بیشتری را بپذیرند، اما با توجه به روحیات متفاوت میزان این مخاطره اضافه بین آنها متفاوت می‌باشد؛ به نحوی که فرد مخاطره‌گریز شدید (A) مخاطره اضافی کمتری را برای رسیدن به بازدهی بیشتر، در مقایسه با فرد مخاطره‌گریز ضعیف (B) می‌پذیرد ( $\sigma_{B2} - \sigma_1 < \sigma_{A2} - \sigma_1$ ).



ب) محدوده ترکیب بازده و مخاطره در روش سپرده‌های تلفیقی



الف) منحنی بی‌تفاوتی افراد مخاطره‌گریز (A و B)، مخاطره‌پذیر (L) و خشتی (N)

شکل ۱: منبع: (Lee, et al., 2010, pp.76,78)

جهت بررسی تأثیر تفاوت روحیات افراد، علاوه بر میزان مخاطره‌گریز بودن افراد، می‌بایست به ترکیب‌های قابل انتخاب از سوی افراد نیز توجه نمود. در روش سپرده‌های تلفیقی به افراد سپرده‌گذار به صورت یکسان سود علی‌الحساب که مطابق نمادهای

\* با توجه به فرض مقعربودن منحنی‌های بی‌تفاوتی افراد می‌توان ثابت کرد این افراد مخاطره‌گریز می‌باشند (Huang, 1988, p.95).

به‌کاررفته در مبحث قبل، این سود علی‌الحساب برابر با  $(\mu^d)$  و مخاطره\* صفر می‌باشد. در روش تفکیکی به دو نوع سپرده سودهای متفاوت پرداخت می‌گردد؛ به نحوی که به سپرده‌های مبادله‌ای سود ثابت  $\mu_{mb}^d$  و به سپرده‌های مشارکتی سود علی‌الحساب  $\mu_{ms}^d$  که هر دوی آنها نیز بدون مخاطره می‌باشند، پرداخت می‌گردد. در واقع سود علی‌الحساب روش تفکیکی را می‌توان ترکیب خطی سود ثابت سپرده‌های مبادله‌ای و سود علی‌الحساب سپرده‌های مشارکتی در نظر گرفت\*\* و نقطه‌ای در خط واصل بین این دو مقدار روی محور عمودی (محور بازدهی) قرار می‌گیرد.

اما سود انتظاری که پیش‌بینی می‌شود به سپرده‌ها تعلق یابد و تفاوت اصلی دو روش را در آن می‌توان یافت، در روش تلفیقی شامل یک محدوده مثلثی می‌باشد\*\*\* که برحسب میزان دقیق ضریب همبستگی میان بازدهی قراردادهای مبادله‌ای و قراردادهای مشارکتی می‌توان آن را به معادله یک خط محدودتر نمود (مطابق قسمت ب شکل یک). سود انتظاری در روش سپرده‌های تفکیکی خط واصل بین سود ثابت سپرده‌های مبادله‌ای  $(\mu_{mb}^d)$  بدون مخاطره و بازدهی عقود مشارکتی\*\*\*\*  $(\mu_{ms}^d)$  با مخاطره  $\sigma_{ms}$  را شامل می‌گردد. مقایسه این دو سود انتظاری که در قسمت الف شکل دو قابل مشاهده است، نشان می‌دهد سود انتظاری در روش تلفیقی، شامل ناحیه‌ای بالاتر از خط ترکیب دو نوع سپرده در روش تفکیکی می‌باشد. جهت دقت بیشتر در نتیجه‌گیری، در ادامه سه حالت

\*. در این مبحث به جای واریانس به وسیله انحراف معیار نمایش داده می‌شود.

\*\* با توجه به اینکه غالب افراد جامعه مخاطره‌گریز می‌باشند، می‌توان ثابت نمود که بایستی رابطه میان سودهای بدون مخاطره به سپرده‌ها و بازدهی انتظاری قراردادهای مبادله‌ای به صورت زیر باشد:

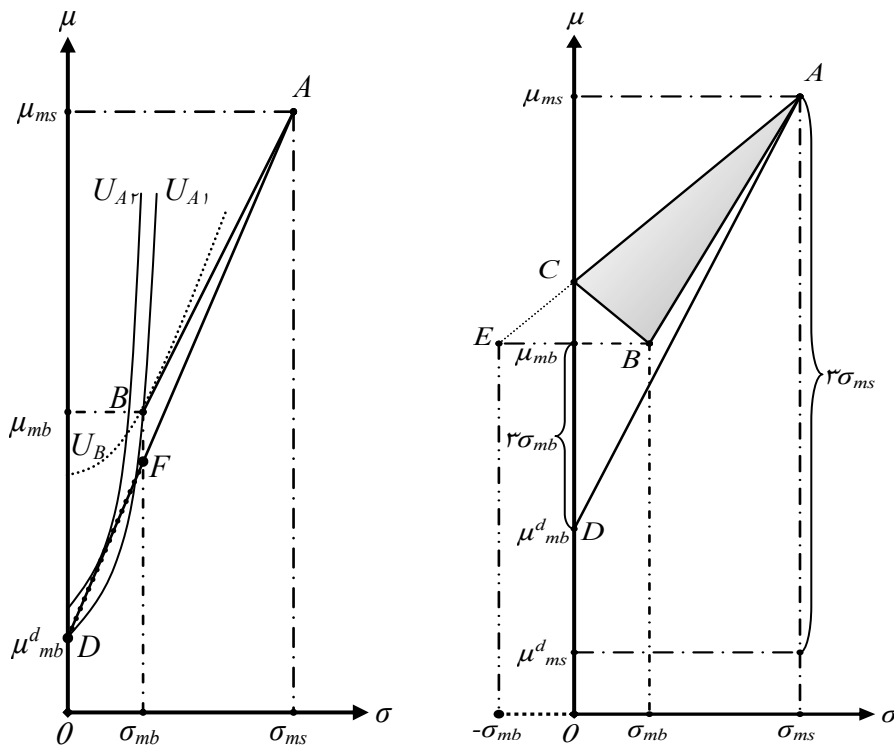
$$\mu_{ms}^d < \mu_{mb}^d < \mu_{mb} < \mu_{ms}$$

در ضمن فرض می‌شود علاوه بر آنکه بانک سودهای انتظاری و مخاطره آنها را می‌داند، با اطلاع‌رسانی، به سپرده‌گذاران نیز این اطلاعات را منتقل می‌نماید، در غیر این صورت تمامی سپرده‌گذاران به دلیل آنکه سود بدون مخاطره سپرده مبادله‌ای بیشتر از سود بدون مخاطره سپرده مشارکتی می‌باشد، وجوه خود را تنها در سپرده مبادله‌ای قرار خواهند داد.

\*\*\* در پیوست اثبات شده است.

\*\*\*\* برای پرهیز از پیچیدگی غیر ضروری از کارمزد بانک‌ها صرف‌نظر شده است.

خاص ضریب همبستگی میان بازدهی قراردادهای مبادله‌ای و بازدهی قراردادهای مشارکتی (یک، صفر و منفی یک) مورد بررسی قرار می‌گیرد.



ب) مقایسه سود انتظاری در دو روش بانکداری بدون بهره با فرض ضریب همبستگی یک

الف) مقایسه محدوده سود انتظاری در دو روش بانکداری بدون بهره

### شکل ۲

در حالت نخست که ضریب همبستگی بین بازدهی دو دسته قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای عدد یک در نظر گرفته می‌شود،\* مطابق قسمت ب شکل دو در روش تلفیقی، بانک با توجه به ترکیب قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی، نقطه‌ای را روی خط  $AB$  به

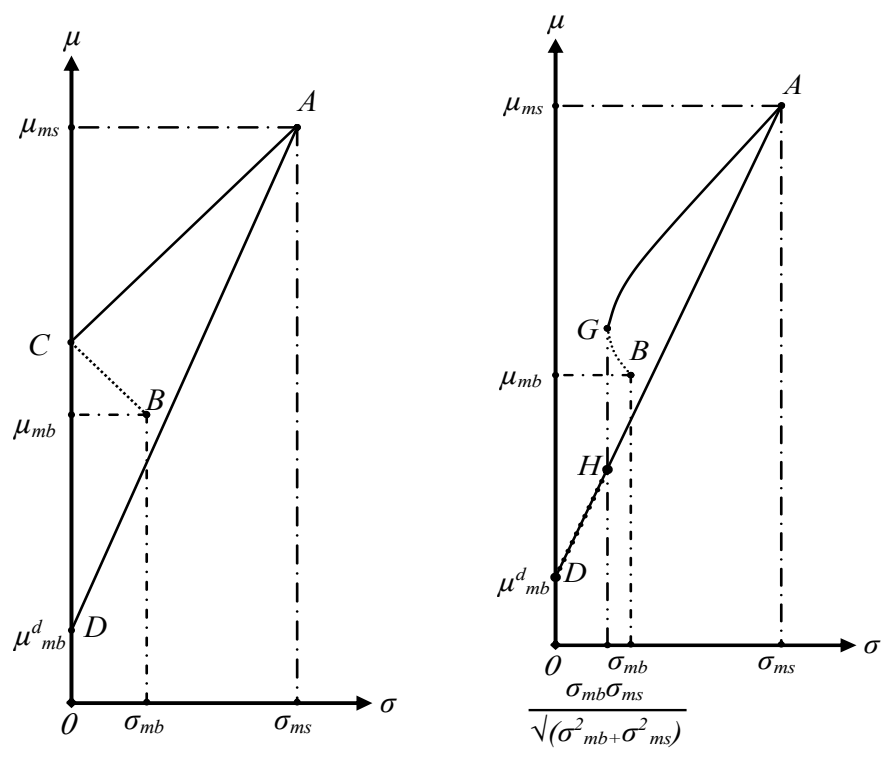
\*. چنین حالتی که همبستگی مثبت کامل بین دو دسته قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای برقرار شود، به‌ندرت اتفاق می‌افتد؛ اما چون یکی از حالت‌های حدی می‌باشد، جهت مقایسه در نظر گرفته شده است.



عنوان سود انتظاری و مخاطره مرتبط با آن انتخاب می‌نماید و این انتخاب که روی خط  $AB$  قرار دارد را به سپرده‌گذاران اطلاع می‌دهد. می‌توان نشان داد افراد مخاطره‌گریز شدید - فرد  $A$  نماینده این گروه می‌باشد - در روش تفکیکی می‌توانند به مطلوبیت‌های بالاتری در مقایسه با روش تلفیقی برسند. در واقع از آنجا که محدوده خط  $DF$  که در روش تفکیکی در اختیار سپرده‌گذاران می‌باشد، به سپرده‌گذاران امکان می‌دهد تا به مقادیر پایینی از مخاطره دست یابند که در شرایط تلفیقی رسیدن به آن میزان مخاطره امکان‌پذیر نمی‌باشد؛ بنابراین افراد مخاطره‌گریز شدید در مقایسه با روش تلفیقی، روش تفکیکی را که امکان رسیدن به مخاطره‌های پایین‌تر می‌دهد بر می‌گزینند.

در صورتی که ضریب همبستگی میان بازدهی قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی برابر صفر باشد، بانک در روش تلفیقی با در نظر گرفتن ترکیب بهینه قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی، نقطه‌ای را روی کمان  $AB$  (قسمت الف شکل سه) به عنوان سود انتظاری و مخاطره مرتبط با آن انتخاب می‌نماید و انتخابش را به سپرده‌گذاران اطلاع می‌دهد. اگر فرض شود بانک عقلایی رفتار نماید این انتخاب روی کمان  $AG$  قرار خواهد گرفت؛ زیرا بانک می‌تواند به مقادیر مخاطره موجود در کمان  $BG$  با سود انتظاری بالاتر روی کمان  $AG$  دست یابد. با توجه به شکل، در مقایسه با حالت قبل، روش تلفیقی برای افراد بیشتری، در مقابل ترکیب سپرده‌های مبادله‌ای و مشارکتی روش تفکیکی، دستیابی به مطلوبیت بالاتر را ممکن می‌سازد؛ زیرا در مقایسه با حالت قبل محدوده مخاطره کوچک‌تری در روش تفکیکی وجود دارد که در روش تلفیقی قابل دسترسی نمی‌باشد؛ یعنی مقادیر مخاطره صفر تا حداقل مخاطره امکان‌پذیر در روش تلفیقی است که معادل  $\sigma_{mb}\sigma_{ms}/\sqrt{\sigma_{mb}^2 + \sigma_{ms}^2}$  می‌باشد.\* ترکیب این محدوده مخاطره با مقادیر متناظر سود انتظاری در قسمت الف شکل سه، خط  $DH$  را به وجود می‌آورد.

\*. در پیوست اثبات شده است.



الف) مقایسه سود انتظاری در دو روش بانکداری بدون بهره با فرض ضریب همبستگی بدون بهره با فرض ضریب همبستگی منفی یک صفر  
 ب) مقایسه سود انتظاری در دو روش بانکداری

شکل ۳

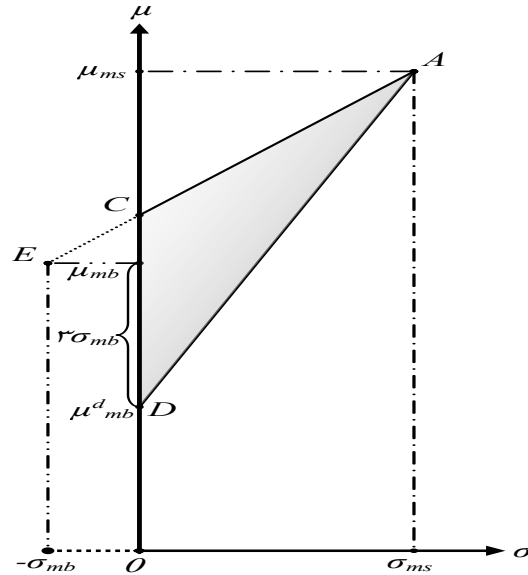
قسمت ب شکل سه، حالت سوم را نشان می‌دهد که ضریب همبستگی میان بازدهی قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی برابر منفی یک در نظر گرفته شده است. در این حالت، برای هیچ فردی امکان ندارد از ترکیب سپرده‌های مبادله‌ای و مشارکتی در روش تفکیکی، میزان مخاطره‌ای را به دست آورد که در روش تلفیقی قابل دسترسی نباشد؛ بنابراین تمامی افراد در این حالت از روش تلفیقی مطلوبیت بیشتری کسب می‌نمایند؛ زیرا ترکیب‌های قابل دسترس در روش تلفیقی در مقایسه با ترکیب‌های ممکن در روش تفکیکی بازدهی بیشتری با مخاطره یکسان به سپرده‌گذاران پرداخت می‌نماید. همچنین در روش تلفیقی

اگرچه دو خط  $BC$  و  $AC$  در دسترس می‌باشند، اما با فرض رفتار عقلایی بانک، خط  $BC$  در برابر بخشی از خط  $AC$  که دارای مخاطره مشابه می‌باشد، مغلوب می‌گردد؛ زیرا با داشتن مخاطره یکسان، بازدهی مورد انتظار در خط  $AB$  بیشتر می‌باشد.

با توجه به این مباحث به نظر می‌رسد اگر ترکیبی از هر دو روش بانکداری بدون بهره در جامعه و در اختیار سپرده‌گذاران قرار داده شود، تمامی افراد می‌توانند به حداکثر مطلوبیت خود از ترکیب‌های مختلف دست یابند.\* در شکل چهار چنین حالتی ترسیم شده است. در واقع در این حالت سپرده‌گذاران با سه نوع سپرده (مبادله‌ای، مشارکتی و تلفیقی) جهت انتخاب روبه‌رو می‌شوند؛ از این رو می‌توان ترکیب‌های در دسترس سپرده‌گذاران را محدوده مثلث هاشورخورده در شکل، در نظر گرفت.\*\* با مشخص بودن ضریب همبستگی بین بازدهی قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی، همان‌گونه که در مباحث قبلی درباره روش تلفیقی بیان گردید، این محدوده دقیق‌تر مشخص می‌شود. همچنین اگر تصمیم سپرده‌گذاران هماهنگ با نظریه سبد دارایی مارکویتز فرض شود، آنگاه این محدوده به دو خط کاهش می‌یابد و سپرده‌گذاران همواره ترکیبی از سپرده‌های مبادله‌ای و تلفیقی (هاشور سمت راست خط  $DC$ ) یا سپرده‌های تلفیقی و مشارکتی (هاشور زیر خط  $AC$ ) را انتخاب می‌کنند؛ زیرا با فرض مخاطره‌گریز بودن سپرده‌گذاران، ترکیب سپرده‌های مبادله‌ای و مشارکتی (خط  $AD$ ) به نسبت دو ترکیب قبل، با مخاطره یکسان دارای بازدهی کمتری می‌باشد.

\*. موسویان (۱۳۸۲ و ۱۳۸۵) نیز چنین پیشنهادی را مطرح نموده است.

\*\* از آنجاکه ضریب همبستگی بین سپرده‌های تلفیقی با سپرده‌های مبادله‌ای همچنین با سپرده‌های مشارکتی همواره یک می‌باشد - سپرده‌های تلفیقی ترکیب خطی آنهاست - بنابراین تنها خط واصل بین آنها را می‌توان در نظر گرفت.



شکل ۴: ترکیب دو حالت بانکداری بدون بهره

### جمع بندی و نتیجه گیری

در این مطالعه کوشش شد با طراحی یک الگوی نظری و تحلیل آن این فرضیه بررسی گردد که تجهیز منابع مالی از طریق سپرده‌ها در بانکداری بدون بهره به روش‌های مختلف تلفیقی و تفکیکی، سبب به دست آمدن نتایج متفاوتی خواهد شد. جهت بررسی این فرضیه از دو معیار سود تعلق یافته اولیه به سپرده‌ها و سود انتظاری آنها در دو روش سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی استفاده شد. با توجه به نتایج مطالعه فرضیه مزبور تأیید شد که در ادامه به صورت خلاصه تفاوت بهره‌گیری از دو روش تلفیقی و تفکیکی به لحاظ معیارهای استفاده شده، بیان می‌گردد.

بر اساس نتایج به دست آمده از مقایسه سود تعلق یافته اولیه، این سود در روش تلفیقی بیشتر یا تحت شرایطی - یک بودن ضریب همبستگی بازدهی قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی - برابر سود تعلق یافته اولیه سپرده‌ها در روش تفکیکی می‌باشد. این امر را می‌توان با توجه به نظریه سبد دارایی‌های مارکویتز تحلیل نمود؛ زیرا تنوع بخشیدن و ترکیب دارایی‌های با بازدهی و مخاطره مختلف از سوی بانک در روش سپرده‌های تلفیقی (پرداخت سود اولیه بر اساس ترکیب دو دسته قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی) اغلب بهتر

از انتخاب یک دارایی به تنهایی در روش سپرده‌های تفکیکی (پرداخت سود اولیه بر اساس قراردادهای مبادله‌ای یا مشارکتی) می‌باشد؛ زیرا سبب توزیع و کاهش مخاطره می‌گردد. مقایسه سود انتظاری سپرده‌ها در دو روش بانکداری بدون بهره که در آن ترجیحات سپرده‌گذاران (درجه مخاطره‌گریزی) نیز در نظر گرفته شد، در کل نتایج مشابهی در پی داشته است؛ به نحوی که بار دیگر در بیشتر موارد برای مخاطره یکسان، سود انتظاری روش تلفیقی در مقایسه با ترکیب‌های مختلف سپرده‌های تفکیکی بیشتر می‌باشد. تنها در شرایطی که ضریب همبستگی میان بازدهی دو دسته قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای مخالف منفی یک باشد، به دلیل در دسترس بودن مخاطره‌های ناچیز در روش سپرده‌های تفکیکی، برای افراد مخاطره‌گریز شدید، امکان دستیابی به مطلوبیت بیشتر وجود دارد؛ از این رو بهترین روش اجرای بانکداری بدون بهره از نظر سود انتظاری سپرده‌ها، ترکیب دو روش سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی می‌باشد تا تمامی افراد با ترجیحات متفاوت (درجه مخاطره‌گریزی) بتوانند به بیشترین مطلوبیت خود برسند.

در این مطالعه تنها تحلیل در سطح اقتصاد خرد (سود تعلق‌یافته اولیه به سپرده‌ها و سود انتظاری سپرده‌ها) برای تعیین روش مناسب‌تر اجرای بانکداری بدون بهره - سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی - انجام شده است؛ لذا برای مطالعات آتی در این زمینه پیشنهاد می‌گردد جهت تحلیل و مقایسه تکمیلی، اثر اجرای بانکداری بدون بهره به روش‌های سپرده‌های تلفیقی و تفکیکی، در سطح اقتصاد کلان نیز بررسی و مقایسه گردد.

## منابع و مأخذ

۱. جلیلی خشنود، جلیل؛ آنالیز آماری و روش‌های آن و کاربرد آن در (مدیریت و حسابداری)؛ تهران: نشر سرا، ۱۳۸۳.
۲. سبحانی، حسن؛ «ارزیابی و تحلیل عملیات بانکی بدون ربا در ایران ۱۳۶۳-۱۳۷۰»؛ دانش و توسعه، ش ۳، ۱۳۷۴.
۳. داودی، پرویز و حسین صمصامی؛ به سوی حذف ربا از نظام بانکی (از نظریه تا عمل)؛ تهران: انتشارات دانایی و توانایی، ۱۳۸۹.

۴. داودی، پرویز و محمد بیدار؛ «بررسی الگوی تفکیک عقود در بانکداری اسلامی»؛ معرفت اقتصاد اسلامی، س ۳، ش ۱، ۱۳۹۰.
۵. راس، شلدون؛ مبانی احتمال؛ ترجمه احمد پاریسیان و علی زینل همدانی؛ اصفهان: نشر شیخ بهایی، ۱۳۸۱.
۶. صدیقی، محمد نجات‌الله؛ ربا، بهره بانکی و حکمت تحریم آن در اسلام؛ ترجمه حسین میسمی؛ تهران: انتشارات دانشگاه امام صادق علیه السلام، ۱۳۸۷.
۷. عیوضلو، حسین؛ «اصول و مبانی نظام پولی در اقتصاد اسلامی»؛ فصلنامه اقتصاد اسلامی، س ۸، ش ۲۹، ۱۳۸۷.
۸. قلیچ، وهاب؛ «طرح پیشنهادی ساماندهی بانک‌ها بر اساس عقود اسلامی»؛ فصلنامه تازه‌های اقتصاد، س ۹، ش ۱۳۲، ۱۳۹۰.
۹. موسویان، سیدعباس؛ «انواع بانک‌های بدون ربا»؛ فصلنامه اقتصاد اسلامی، س ۳، ش ۱۱، ۱۳۸۲.
۱۰. \_\_\_\_\_؛ «الگوی جدید بانکداری بدون ربا»؛ فصلنامه اقتصاد اسلامی، س ۶، ش ۲۳، ۱۳۸۵.
۱۱. \_\_\_\_\_؛ «نقد و بررسی قانون عملیات بانکی بدون ربا و پیشنهاد قانون جایگزین»؛ فصلنامه اقتصاد اسلامی، س ۷، ش ۲۵، ۱۳۸۶.
۱۲. میسمی، حسین و وهاب قلیچ؛ «ارزیابی چالش‌های اجرای بانکداری بدون ربا در کشور»؛ فصلنامه تازه‌های اقتصاد، س ۹، ش ۱۳۲، ۱۳۹۰.
13. Adams, A. T., P. M. Booth, D. C. Bowie & D. S. Freeth; **Investment Mathematics**; Atrium: John Wiley & Sons Ltd, 2003.
14. Becker, P. M.; **Integrating New Asset Classes into an Asset Allocation Framework Using Scenario Methodologies in the Case of Microfinance**; Dissertation of the University of St. Gallen, 2010.
15. Chen, W. P., H. Chung, K. Y. Ho & T. L. Hsu; "Portfolio Optimization Models and Mean-Variance Spanning Tests"; in Lee, C. F., A. C. Lee, & J. Lee; **Handbook of Quantitive Finance**

- and Risk Management**, New York: Springer Science & Business Media, Inc, 2010.
16. Cuthbertson, K. & D Nitzsche; **Quantitative Financial Economics: Stocks, Bonds and Foreign Exchange**; London: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
  17. Huang, C. F.; **Foundations for Financial Economics**; New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1988.
  18. Jones, C.; **Financial Economics**; New York: Routledge, 2008.
  19. Lai, T. L. & H. Xing; **Statistical Models and Methods for Financial Markets**; New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2008.
  20. Lee, C. F., J. E. Finnerty & H. Y. Chen; "Risk-Aversion, Capital Asset Allocation, and Markowitz Portfolio-Selection"; in Lee, C. F., A. C. Lee, & J. Lee; **Handbook of Quantitive Finance and Risk Management**, New York: Springer Science+Business Media, Inc, 2010.
  21. Lee, C. F. & A. C. Lee; **Encyclopedia of Finance**; New York: Springer Science & Business Media, Inc, 2006.
  22. Lovric, M.; **International Encyclopedia of Statistical Science**; Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2011.
  23. Mirakhor, A.; "Analysis of Short-Term Asset Concentration in Islamic Banking"; **IMF Working Paper**, 1987.

### پیوست ۱: تعیین محدوده پرداخت سود انتظاری در روش سپرده‌های تلفیقی

با توجه به اینکه سود سپرده‌ها در روش تلفیقی، ترکیبی از سود قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی می‌باشد، جهت به‌دست‌آوردن محدوده پرداخت سود انتظاری سپرده‌ها در این

روش، می‌بایست از ترکیب بازدهی مورد انتظار و مخاطره قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی استفاده گردد. بر اساس اینکه سهم قراردادهای مشارکتی ( $\lambda$ ) و سهم قراردادهای مبادله‌ای ( $1 - \lambda$ ) در نظر گرفته شده است، با توجه به رابطه پنج می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$\mu = \lambda\mu_{ms} + (1 - \lambda)\mu_{mb} \quad (21)$$

$$\sigma^2 = \lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1 - \lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1 - \lambda)\text{Cov}(X_{ms} \text{ و } X_{mb}) \quad (22)$$

و بر اساس آنکه در بخش مقایسه سود انتظاری، از انحراف معیار جهت مشخص نمودن مخاطره استفاده شده است، انحراف معیار سود انتظاری در روش سپرده‌های تلفیقی، با در نظر گرفتن ضریب همبستگی میان بازدهی انتظاری قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای ( $r_{ms,mb}$ ) به صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma = \sqrt{\lambda^2\sigma_{ms}^2 + (1 - \lambda)^2\sigma_{mb}^2 + 2\lambda(1 - \lambda)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}} \quad (23)$$

از سوی دیگر می‌توان سهم سپرده‌های مشارکتی و مبادله‌ای را بر حسب بازدهی انتظاری قراردادهای مشارکتی ( $\mu_{ms}$ )، بازدهی انتظاری قراردادهای مبادله‌ای ( $\mu_{mb}$ ) و بازدهی انتظاری ترکیب آنها ( $\mu$ ) به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\lambda = \frac{\mu - \mu_{mb}}{\mu_{ms} - \mu_{mb}} \text{ و } (1 - \lambda) = \frac{\mu_{ms} - \mu}{\mu_{ms} - \mu_{mb}} \quad (24)$$

حال با تعریف  $y = \mu - \mu_{mb}$  و  $s = \mu_{ms} - \mu_{mb}$  و  $s - y = \mu_{ms} - \mu$  می‌توان سهم سپرده‌های مشارکتی و مبادله‌ای را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\lambda = \frac{y}{s} \text{ و } (1 - \lambda) = \frac{s - y}{s} \quad (25)$$

و با جایگذاری آنها در رابطه انحراف معیار خواهیم داشت:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{y}{s}\right)^2 \sigma_{ms}^2 + \left(\frac{s - y}{s}\right)^2 \sigma_{mb}^2 + 2\frac{y}{s}\left(\frac{s - y}{s}\right) \sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{s^2}\right) \left( y^2\sigma_{ms}^2 + (s^2 + y^2 - 2sy)\sigma_{mb}^2 + 2(sy - y^2)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb} \right)} \quad (26)$$



در واقع رابطه فوق انحراف معیار سپرده تلفیقی را به صورت تابعی از متغیر  $y$  (اختلاف بازدهی انتظاری تلفیقی و بازدهی قراردادهای مبادله‌ای) نشان می‌دهد؛ زیرا انحراف معیارهای قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای  $(\sigma_{ms}$  و  $\sigma_{mb}$ )، ضریب همبستگی میان بازدهی انتظاری قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای  $(r_{ms,mb})$  و  $s$  (اختلاف بازدهی انتظاری قراردادهای مشارکتی و مبادله‌ای) اعداد ثابت و معینی می‌باشند. حال جهت به دست آوردن کمترین انحراف معیار سپرده تلفیقی، کافی است از رابطه فوق نسبت به متغیر  $y$  مشتق گرفته و مساوی صفر قرار داده شود:

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{2y\sigma_{ms}^2 + (2y-2s)\sigma_{mb}^2 + 2(s-2y)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}}{2\sqrt{(y^2\sigma_{ms}^2 + (s^2+y^2-2sy)\sigma_{mb}^2 + 2(sy-y^2)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb})}} = 0 \quad (27)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$2y\sigma_{ms}^2 + (2y-2s)\sigma_{mb}^2 + 2(s-2y)\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb} = 0 \quad (28)$$

با حل این معادله برای متغیر  $y$  سرانجام رابطه زیر به دست می‌آید:

$$y = \frac{\sigma_{mb}^2 - \sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}}{\sigma_{ms}^2 + \sigma_{mb}^2 - 2\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}} s \quad (29)$$

از آنجا که  $\sigma_{ms} > \sigma_{mb}$  برقرار می‌باشد، به راحتی می‌توان ثابت کرد که مخرج کسر بزرگ‌تر از دو برابر صورت کسر می‌باشد:

$$\sigma_{ms}^2 + \sigma_{mb}^2 - 2\sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb} > 2(\sigma_{mb}^2 - \sigma_{ms}\sigma_{mb}r_{ms,mb}) \quad (30)$$

بنابراین مقدار متغیر  $y$  که انحراف معیار را حداقل می‌سازد کمتر از نصف مقدار  $s$  می‌باشد. برای سه حالت خاص ضریب همبستگی می‌توان این مقدار را به صورت زیر مشخص نمود\*:

\*. در کتاب آدامز و دیگران (Adams, et al, 2003, pp.231-232) و همچنین در مقاله چن و دیگران (Chen, et al., 2010, p.169) مقدار نهایی وزن دو دارایی در سبد دارایی‌ها یعنی  $(1-\lambda)$  و  $\lambda$  برحسب انحراف معیار دو دارایی، محاسبه و گزارش شده‌اند؛ اما به صورت نسبت‌های به دست آمده در مقاله حاضر، بحث

نموده‌اند و از این رو کوچک‌تر از نصف بودن نیز تنها در مقاله پیش رو اثبات شده است.

$$\begin{cases} r_{ms,mb} = -1 \Rightarrow y = \frac{\sigma_{mb}(\sigma_{ms} + \sigma_{mb})}{(\sigma_{ms} + \sigma_{mb})^2} S = \frac{\sigma_{mb}}{(\sigma_{ms} + \sigma_{mb})} S \\ r_{ms,mb} = 0 \Rightarrow y = \frac{\sigma_{mb}^2}{\sigma_{ms}^2 + \sigma_{mb}^2} S \\ r_{ms,mb} = 1 \Rightarrow y = \frac{\sigma_{mb}(\sigma_{mb} - \sigma_{ms})}{(\sigma_{mb} - \sigma_{ms})^2} S = \frac{\sigma_{mb}}{(\sigma_{mb} - \sigma_{ms})} S \end{cases} \quad (31)$$

با جایگذاری این سه مقدار به جای متغیر  $y$  در معادله ۲۶ مشخص می‌گردد که کمترین مقدار ممکن انحراف معیار، مقدار صفر می‌باشد که در حالت ضریب همبستگی  $-1$  به دست می‌آید.\* همچنین در حالتی که ضریب همبستگی  $-1$  می‌باشد، می‌توان معادله ۲۶ را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\left(\frac{y}{S}\right)^2 \sigma_{ms}^2 + \left(\frac{S-y}{S}\right)^2 \sigma_{mb}^2 - 2\frac{y}{S}\left(\frac{S-y}{S}\right) \sigma_{ms}\sigma_{mb}} \\ &= \sqrt{\left(\left(\frac{y}{S}\right) \sigma_{ms} - \left(\frac{S-y}{S}\right) \sigma_{mb}\right)^2} = \left|\left(\frac{y}{S}\right) \sigma_{ms} - \left(\frac{S-y}{S}\right) \sigma_{mb}\right| \end{aligned} \quad (32)$$

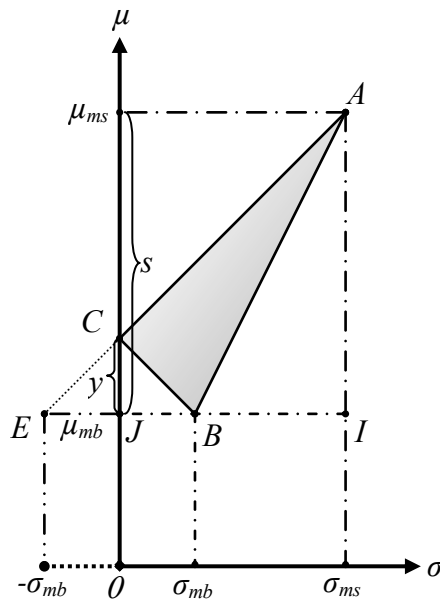
که نشان می‌دهد در این حالت انحراف معیار تابعی قدر مطلق درجه یک از متغیر  $y$  می‌باشد و در نقطه حداقل انحراف معیار (مقدار صفر) به صورت خط شکسته می‌باشد؛ بنابراین در حالتی که ضریب همبستگی برابر  $-1$  است، ترکیب‌های ممکن بازدهی قراردادهای مبادله‌ای و مخاطره آنها با بازدهی قراردادهای مشارکتی و مخاطره آنها مشابه منحنی  $ACB$  در شکل پنج می‌باشد. جهت تعیین دقیق نقطه  $C$  روی محور مختصات، می‌توان به روش زیر عمل نمود.

\*. در حالتی که ضریب همبستگی میان بازدهی انتظاری قراردادهای مبادله‌ای و مشارکتی صفر باشد، مقدار انحراف معیار  $\sigma_{ms}\sigma_{mb}/\sqrt{\sigma_{mb}^2 + \sigma_{ms}^2}$  و در حالتی که ضریب همبستگی یک و منفی یک است، انحراف معیار صفر می‌گردد؛ اما باید توجه داشت که در حالت ضریب همبستگی یک مقدار  $y$  به دست آمده منفی می‌باشد. انحراف معیار قراردادهای مبادله‌ای کوچک‌تر از انحراف معیار قراردادهای مشارکتی است ( $\sigma_{mb} < \sigma_{ms}$ ) و بنابراین حداقل مقدار انحراف معیار در حالت ضریب همبستگی یک، برابر انحراف معیار قراردادهای مبادله‌ای می‌باشد.

از آنجا که دو مثلث AIE و CJE متجانس می‌باشند، پس نسبت اضلاع متناظر آنها

یکسان می‌باشد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{y}{s} = \frac{CJ}{AI} = \frac{JE}{IE} = \frac{JE}{IJ+JE} = \frac{\sigma_{mb}}{(\sigma_{ms} + \sigma_{mb})} \quad (33)$$



شکل ۵

همچنین در حالتی که ضریب همبستگی برابر یک باشد، می‌توان معادله ۲۶ را به

صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\left(\frac{y}{s}\right)^2 \sigma_{ms}^2 + \left(\frac{s-y}{s}\right)^2 \sigma_{mb}^2 + 2\frac{y}{s}\left(\frac{s-y}{s}\right) \sigma_{ms}\sigma_{mb}} \\ &= \sqrt{\left(\left(\frac{y}{s}\right) \sigma_{ms} + \left(\frac{s-y}{s}\right) \sigma_{mb}\right)^2} = \left|\left(\frac{y}{s}\right) \sigma_{ms} + \left(\frac{s-y}{s}\right) \sigma_{mb}\right| \quad (34) \end{aligned}$$

و از آنجا که تمامی مقادیر آن مثبت می‌باشند، می‌توان از قدرمطلق صرف‌نظر نمود و

معادله انحراف معیار را در این حالت با جایگذاری تعریف‌های معادله ۲۵ به صورت زیر

بازنویسی نمود:

$$\sigma = \lambda \sigma_{ms} + (1 - \lambda) \sigma_{mb} \quad (35)$$

که معادله خطی راست می‌باشد و از دو نقطه بازدهی قراردادهای مشارکتی و مخاطره آنها و بازدهی قراردادهای مبادله و مخاطره آنها می‌گذرد (خط AB)؛ بنابراین محدوده ترکیب‌های مختلف برای بازدهی و مخاطره سپرده‌ها در روش تلفیقی برابر مثلث ABC می‌باشد.