

Analyzing the Efficiency of the Islamic Capital Market Using Multifractal Models and Chaos Theory

Saeed Mohammadbeigi * 

PhD in Philosophy of Islamic Economics, Imam Khomeini Education and Research Institute, Qom, Iran.
Email: beigi.1992@gmail.com



Citation Mohammadbeigi, S. .(2026). Analyzing the Efficiency of the Islamic Capital Market Using Multifractal Models and Chaos Theory . EGHTESAD-E ISLAMI (A Quarterly Journal on Islamic Economics). 26 (103): 157-217

 [10.22034/iec.2026.2084937.3012](https://doi.org/10.22034/iec.2026.2084937.3012)

Received: 19 July 2025 , Accepted: 15 September 2025

Abstract

Introduction: This research analyzes the efficiency of the Islamic capital market by applying the methodological framework of multifractal analysis and chaos theory. Focusing on global Islamic stock indices over the period 2010–2023, the present study, in addition to identifying nonlinear structures, empirically tests the role of “jurisprudential uncertainty” as an endogenous chaotic factor in these markets.

Methodology: The research methodology is based on Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA) to estimate the generalized Hurst spectrum and identify multifractal behavior, along with calculating the largest Lyapunov exponent to detect chaos. At the same time, a composite index (IFUI) has been designed to quantify jurisprudential uncertainty based on changes in Sharia standards, conflicting jurisprudential pronouncements, and news content analysis. The main research question is: How does jurisprudential uncertainty (IFUI), as an endogenous factor, generate multifractal inefficiency and chaos in the Islamic stock market? This question has been tested using MF-DFA and the Lyapunov exponent.

Findings: The findings show that Islamic indices have a strong multifractal structure (Δh between 0.42 and 0.51) and chaotic behavior (λ positive and significant), which confirms their weak-form inefficiency. The generalized Hurst exponent $h(2)$ for all indices is estimated to be significantly greater than 0.5. The results of panel data regression indicate a positive and significant relationship between the Jurisprudential Uncertainty Index (IFUI) and both the multifractality degree (Δh) and chaos level (λ) variables. Furthermore, the coincidence of the peak of this index with identified price bubble periods (using the LPPLS model) reveals a possible transmission channel. The main innovation of this research lies in the combination of advanced econophysics methodology with a key theoretical variable unique to the Islamic finance paradigm.

Conclusion: The findings, while confirming the inherent complexity and non-linear dynamics of Islamic markets, emphasize the importance of institutional management of jurisprudential uncertainty through transparency, standardization, and international coordination among Sharia boards to enhance the efficiency and stability of these markets.

Keywords

Islamic capital market, multifractal analysis, jurisprudential uncertainty, Islamic behavioral finance.



Extended Abstract

Introduction

The efficient market hypothesis (EMH) has long been a cornerstone of modern finance, yet mounting empirical evidence from conventional markets reveals systematic deviations driven by behavioral and structural factors. Islamic capital markets, which operate under Shariah principles prohibiting *riba* (interest), *gharar* (excessive uncertainty), and *haram* investments, present a unique institutional setting. While prior research has examined the efficiency of Islamic indices using linear methods (e.g., random walk tests, ARIMA models), results remain inconclusive, suggesting the presence of complex nonlinear structures that classical tools cannot capture. This study addresses two critical gaps: first, the lack of advanced multifractal and chaos-theoretic analyses applied to global Islamic indices; second, and more importantly, the absence of any quantitative integration of “jurisprudential uncertainty” (*fihi* uncertainty) a distinct, endogenous factor arising from divergent Shariah interpretations, evolving fatwas, and heterogeneous supervisory boards into empirical market analysis.

Drawing on behavioral Islamic finance and chaos theory, we conceptualize jurisprudential uncertainty as a Knightian uncertainty source that amplifies nonlinear feedback mechanisms. When investors face ambiguous or conflicting religious rulings, behaviors such as “Shariah panic” (collective avoidance of potentially non-compliant assets) and “fatwa shopping” (searching for favorable opinions) intensify market sensitivity to information. This can generate long-range correlations, multifractal scaling, and deterministic chaos. Accordingly, we test two main hypotheses: (H1) Islamic stock indices exhibit strong multifractal structure and chaotic dynamics not detectable by linear methods; (H2) The degree of jurisprudential uncertainty has a positive and significant relationship with both the degree of multifractality (Δh) and the level of chaos (λ). Subsidiary hypotheses examine the amplification of this effect during global crises (H2a) and the moderating role of centralized versus fragmented Shariah governance (H2b).

Research Methodology

Daily closing prices of four major global Islamic indices (MSCI World Islamic, Dow Jones Islamic Market World, S&P Global BMI Shariah, FTSE Shariah Global Equity) from 2010 to 2023 are analyzed. Log-returns are computed. To quantify jurisprudential uncertainty, we construct a novel

Islamic Fiqhi Uncertainty Index (IFUI) based on three components: annual changes in AAOIFI standards (S), frequency of contradictory fatwas/announcements from major Shariah boards (F), and news-based keyword frequency (N) using TF-IDF on a predefined lexicon of jurisprudential dispute terms. After min-max normalization, optimal weights (S:0.28, F:0.42, N:0.30) are derived via Principal Component Analysis (PCA). The final IFUI ranges from 0 to 100. Validity tests (content, construct, convergent, discriminant, predictive) and reliability tests (Cronbach's $\alpha=0.84$, test-retest correlation=0.91) confirm its robustness.

Methodologically, we employ Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA) to estimate the generalized Hurst exponent $h(q)$, the multifractal spectrum width $\Delta h = h(\min) - h(\max)$, and the multifractality ratio R . Chaos is detected via the largest Lyapunov exponent (LLE) and complemented by BDS, correlation dimension, and 0-1 chaos tests. Panel regressions with fixed effects test the relationship between IFUI and $\Delta h/\lambda$, controlling for volatility, liquidity, market cap, and crisis dummies. Endogeneity is addressed using IV regression (lagged IFUI instruments and number of international fiqh meetings). Price bubble episodes are identified via the LP-PLS (Log-Periodic Power Law Singularity) model.

Research Findings

All indices exhibit strong multifractal behavior: $h(2)$ ranges from 0.621 (DJIM) to 0.659 (S&P Shariah), all significantly >0.5 , rejecting weak-form efficiency and indicating long memory. The multifractal width Δh varies between 0.423 and 0.508, with positive R values (0.157–0.218), implying that long-range correlations not just heavy tails drive multifractality. The largest Lyapunov exponents are positive (0.021–0.034), confirming deterministic chaos. Surrogate data and Monte Carlo tests validate the authenticity of these nonlinear structures.

Panel regressions show a positive and significant effect of IFUI on both Δh (coefficient 0.182, $t=4.27$) and λ (coefficient 0.0083, $t=3.56$), supporting H2. The interaction term $IFUI \times Crisis$ is positive and significant, confirming H2a: during global financial crises, the impact of jurisprudential uncertainty on inefficiency intensifies. Comparative analysis between Malaysia (centralized Shariah governance) and Gulf countries (fragmented governance) reveals significantly lower Δh and λ for Malaysia, and a negative interaction term $IFUI \times Unified$, supporting H2b. The LPPLS model identifies three bubble episodes (mid-2014 to early 2015, second half of 2017, and the COV-

ID-19 period in 2020). In each case, IFUI peaks coincide with or precede bubble formation, and Granger causality tests indicate a one-directional causal link from IFUI to bubble indicators.

Conclusion

This study demonstrates that Islamic capital markets are not merely filtered versions of conventional markets but exhibit inherent complexity, long memory, and deterministic chaos. The newly constructed IFUI index significantly explains variations in multifractality and chaos, highlighting jurisprudential uncertainty as an endogenous source of inefficiency. The findings have several implications: (1) For Shariah supervisory bodies the need for standardization, transparency, and predictable fatwa revision procedures to reduce uncertainty. (2) For fund managers and investors – incorporating IFUI monitoring into risk management and portfolio diversification strategies, with attention to the governance structure of each market. (3) For policymakers’ institutional stability in Shariah governance is as important as macroeconomic stability for mitigating nonlinear volatility and attracting long-term investment. Future research should refine IFUI using NLP on broader textual corpora, extend analysis to firm-level Shariah-compliant stocks, and explore high-frequency transmission mechanisms.

Funding

According to the corresponding author, this research received no specific grant from any funding agency.

Author’s Contribution

The author is solely responsible for the design, implementation, writing, and final approval of the manuscript.

Conflict of Interest

The author declare that there is no conflict of interest regarding the authorship or publication of this article.



تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی

با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

سعید محمدبیگی *

دکتری فلسفه اقتصاد اسلامی، مؤسسه آموزشی و پژوهشی امام خمینی (ره)، قم، ایران.

Email: beigi.1992@gmail.com



استناد محمدبیگی، سعید (۱۴۰۵). تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب. فصلنامه اقتصاد اسلامی. ۲۶ (۱۰۳): ۱۸۵-۲۱۹

doi: [10.22034/iec.2026.2084937.3012](https://doi.org/10.22034/iec.2026.2084937.3012)

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۲۸، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۲۴

چکیده

مقدمه: این پژوهش به تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با به کارگیری چارچوب روش شناختی تحلیل چندفراکتال و نظریه آشوب می‌پردازد. مطالعه حاضر با تمرکز بر شاخص‌های جهانی سهام اسلامی در دوره ۲۰۱۰-۲۰۲۳، افزون بر شناسایی ساختارهای غیرخطی، نقش «عدم قطعیت فقهی» را به عنوان یک عامل درون‌زاد آشوب‌زا در این بازارها در معرض آزمون تجربی قرار می‌دهد. روش‌شناسی: پژوهش مبتنی بر تحلیل چندفراکتال بی‌روندی نوسانات (MF-DFA) برای برآورد طیف نمای هورست تعمیم‌یافته و شناسایی رفتار چندفراکتال، همراه با محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف برای تشخیص آشوب است. همزمان یک شاخص ترکیبی (IFUI) برای کمی‌سازی عدم قطعیت فقهی بر اساس تغییرات استانداردهای شرعی، اعلامیه‌های متضاد فقهی و تحلیل محتوای خبری طراحی شده است. چالش اصلی این حقیقت است که چگونه عدم قطعیت فقهی (IFUI) به عنوان عامل درون‌زاد، ناکارایی چندفراکتال و آشوب در بازار سهام اسلامی را ایجاد می‌کند؟ این چالش با MF-DFA و لیاپانوف آزمون شده است. یافته‌ها: شاخص‌های اسلامی از ساختار چندفراکتال قوی (Δh بین ۰٫۴۲ تا ۰٫۵۱) و رفتار آشوبناک (λ مثبت و معنادار) برخوردارند که مؤید ناکارایی آنها در شکل ضعیف است. نمای هورست تعمیم‌یافته $h(2)$ برای تمام شاخص‌ها به طور معناداری بزرگ‌تر از ۰٫۵ برآورد شده است. نتایج رگرسیون داده‌های تابلویی حاکی از رابطه مثبت و معنادار بین شاخص عدم قطعیت فقهی (IFUI) و هر دو متغیر درجه چندفراکتالیت (Δh) و سطح آشوب (λ) است. همچنین همزمانی اوج‌گیری این شاخص با دوره‌های شناسایی‌شده حباب قیمتی - با استفاده از مدل LPPLS - یک کانال انتقال احتمالی را آشکار می‌کند. نوآوری اصلی این تحقیق در تلفیق روش‌شناسی پیشرفته



اقتصاد فیزیک با یک متغیر نظری کلیدی و منحصربه‌فرد در چارچوب مالی اسلامی نهفته است. **نتیجه‌گیری:** یافته‌ها ضمن تأیید پیچیدگی ذاتی و پویایی‌های غیرخطی بازارهای اسلامی، بر اهمیت مدیریت نهادی عدم قطعیت فقهی از طریق شفاف‌سازی، استانداردسازی و هماهنگی بین‌المللی هیئت‌های شرعی برای افزایش کارایی و ثبات این بازارها تأکید می‌ورزد.

واژگان کلیدی

بازار سرمایه اسلامی، تحلیل چندفراکتال، عدم قطعیت فقهی، مالی رفتاری اسلامی.

مقدمه

کارایی بازار سرمایه به‌عنوان سنگ‌بنای نظریه مالی مدرن (Fama, 1970) مدعی است قیمت‌های دارایی‌ها تمام اطلاعات موجود را به‌طور کامل منعکس می‌کنند و امکان کسب بازدهی غیرعادی را از بین می‌برند؛ با این حال شواهد تجربی فزاینده‌ای از بازارهای مالی متعارف، انحرافات سیستماتیک از کارایی را، عمدتاً تحت تأثیر عوامل رفتاری و ساختاری، نشان می‌دهد (Shiller, 2003). در این راستا ظهور و رشد سریع مالی اسلامی به‌عنوان یک چارچوب متمایز، پرسش‌های بنیادینی را در خصوص ماهیت، رفتار و کارایی بازارهای سرمایه مطابق با شریعت مطرح ساخته است. این بازارها با حذف ابزارهای مبتنی بر ربا و غرر و تأکید بر موازنه‌های اخلاقی و مشارکت در سود و زیان، ممکن است الگوهای رفتاری و ریسک-بازده متفاوتی را نمایان کنند (El-Gamal, 2006).

بازارهای سرمایه اسلامی اگرچه از اصول مشترک فقهی تبعیت می‌کنند، در معرض نیروهای پیچیده‌ای قرار دارند که می‌تواند کارایی آنها را تحت تأثیر قرار دهد. از یک سو محدودیت‌های شریعت مانند حذف بخش بزرگی از اهرم مالی و ابزارهای مشتقه ممکن است موجب کاهش نقدشوندگی یا محدودیت در مدیریت ریسک گردد (Safieddine, 2009). از سوی دیگر این چارچوب اخلاق‌محور می‌تواند با کاهش رفتارهای سفته‌بازی مفرط، ثبات

نسبی ایجاد کند. پژوهش‌های پیشین در مورد کارایی بازارهای اسلامی عمدتاً بر روش‌های خطی کلاسیک مانند آزمون‌های تصادفی بودن یا مدل‌های ARIMA متمرکز بوده‌اند و نتایجی یک‌دست ارائه نداده‌اند (Jawadi et al., 2014). این ناسازگاری‌ها می‌تواند نشانی از وجود ساختارهای غیرخطی پیچیده‌ای باشد که با ابزارهای سنتی قابل کشف نیستند.

برای چیره‌شدن بر این محدودیت، رویکردهای اقتصاد فیزیک و مالی مبتنی بر نظریه آشوب و تحلیل چندفراکتال، ابزارهای قدرت‌مندی برای کاوش در ساختارهای عمیق، حافظه بلندمدت و رفتار مقیاس‌بندی بازارها ارائه می‌دهند (Mandelbrot, 1997). روش‌هایی مانند تحلیل چندفراکتال با استفاده از آماره نوسان‌پذیری بدون روند (MF-DFA) امکان تشخیص ویژگی‌های پیچیده، حباب‌های قیمتی و درجه کارایی را در مقیاس‌های زمانی مختلف فراهم می‌کنند (Kantelhardt et al., 2002). مطالعاتی معدود این روش‌ها را در بازارهای اسلامی به کار برده‌اند؛ اما عموماً بر تطبیق صرف روش‌ها متمرکز بوده و به‌بستر خاص نظری مالی اسلامی نپرداخته‌اند (Aloui et al., 2014). خلاً اصلی پژوهش حاضر در دو سطح است: اول، در سطح روش‌شناسی نیاز به بهره‌گیری از مدل‌های چندفراکتالی پیشرفته برای شناسایی الگوهای غیرخطی و آشوبناک در شاخص‌های سراسری بازار اسلامی. دوم و مهم‌تر در سطح نظری، عدم تلفیق یک عامل ذاتی و تعیین‌کننده در بازارهای اسلامی، یعنی «عدم قطعیت فقهی»، در تحلیل‌های کمی است. این عدم قطعیت که ناشی از تفاسیر گاه متفاوت نهادهای نظارتی شرعی (هیئت‌های شرعی) و تغییرات احتمالی در احکام فقهی (فتاوی) است، می‌تواند به‌عنوان یک عامل آشوب‌زای درون‌زاد، انتظارات سرمایه‌گذاران را تحت تأثیر قرار داده، به‌نوسانات غیرخطی و بی‌ثباتی در بازار منجر شود (موسویان و همکاران، ۱۳۹۴). این متغیر کیفی تاکنون به‌عنوان یک شاخص کمی اثرگذار در مدل‌های تحلیل بازار آزمون نشده است.

بر این اساس هدف اصلی این مقاله، تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از چارچوب نوین چندفراکتال و نظریه آشوب است. این هدف از طریق دو مسیر محقق می‌شود: (۱) بررسی تجربی رفتار چندفراکتالی و آشوبناک شاخص‌های اسلامی جهانی با روش MF-DFA و محاسبه نمای هورست تعمیم‌یافته؛ (۲) آزمون تجربی نقش «عدم قطعیت فقهی» به عنوان یک عامل آشوب‌زای تأثیرگذار بر ساختار چندفراکتالی این بازارها. نوآوری مقاله در تلفیق روش‌شناسی پیشرفته غیرخطی با یک متغیر نظری منحصربه‌فرد در چارچوب مالی اسلامی نهفته است. یافته‌های این پژوهش می‌تواند درک عمیق‌تری از پویایی‌های درونی بازارهای اسلامی ارائه دهد و برای تنظیم‌گران، سرمایه‌گذاران و نظریه‌پردازان این حوزه مفید باشد.

۱. مرور ادبیات و پیشینه پژوهش

الف) مبانی نظری کارایی بازار و چالش‌های آن

فرضیه کارایی بازار (EMH) در سه شکل ضعیف، نیمه‌قوی و قوی، نقش محوری در ادبیات مالی کلاسیک ایفا می‌کند (Fama, 1970). این فرضیه مبتنی بر این اصل است که قیمت‌ها به سرعت و به‌طور کامل تمام اطلاعات در دسترس را منعکس می‌کنند؛ با این حال بحران‌های مالی مکرر و ناهنجاری‌هایی همچون اثر اندازه، نسبت ارزش دفتری به بازار و مومنتوم، پایه‌های این فرضیه را با تردید مواجه کرده‌اند (Lo, 2004). در پاسخ به این ناکارآمدی‌های مشاهده‌شده، مالی رفتاری با تلفیق اصول روان‌شناسی شناختی و اجتماعی، مدل‌هایی را ارائه می‌کند که رفتار غیرعقلایی سرمایه‌گذاران، محدودیت‌های آربیتراژ و تأثیرات رفتاری جمعی را در شکل‌دهی به قیمت‌ها مؤثر می‌داند (Shiller, 2003). این گذار از چارچوب عقلانیت کامل به سمت تحلیل رفتارهای واقعی بازار، دروازه‌ای برای به کارگیری روش‌های پیچیده‌تر، همچون ریاضیات سیستم‌های غیرخطی گشوده است.

ب) مالی اسلامی و مالی رفتاری اسلامی: چارچوب مفهومی متمایز

مالی اسلامی به عنوان یک نظام اقتصادی-اخلاقی، بر پایه ممنوعیت ربا، غرر و سرمایه گذاری در فعالیت های غیرشرعی (حرام) استوار است (El-Gamal, 2006). این محدودیت های ساختاری، ماهیت ریسک و بازده، نقدشوندگی و درنهایت پویایی کارایی بازار را تحت تأثیر قرار می دهند. از منظر مالی رفتاری اسلامی، عوامل رفتاری می توانند اشکال خاصی به خود گیرند؛ برای مثال تعلق مذهبی می تواند یک سوگیری رفتاری قوی ایجاد کند که بر ترجیح های سرمایه گذاری اثرگذار باشد (Metwally, 1997). همچنین الزام رعایت اخلاق و پرهیز از سفته بازی محض می تواند دامنه نوسانات را محدود کند. با این حال یک منبع بالقوه نوسان و عدم قطعیت منحصر به فرد در این بازارها «عدم قطعیت فقهی» است. این مفهوم به تفسیرپذیری احکام شرعی، تفاوت در دیدگاه های هیئت های شرعی مختلف و امکان تغییر فتوا با تغییر شرایط اقتصادی اشاره دارد که می تواند به عنوان یک شوک اطلاعاتی غیرقابل پیش بینی عمل کند (موسویان و توحیدی، ۱۴۰۰). جدول (۱) خلاصه ای از تفاوت های کلیدی بازارهای متعارف و اسلامی از منظر عوامل مؤثر بر کارایی را نشان می دهد.

جدول (۱): مقایسه عوامل مؤثر بر کارایی در بازارهای متعارف و اسلامی

عامل مؤثر	بازار متعارف	بازار اسلامی	اثر احتمالی بر کارایی بازار اسلامی
ساختار مالی	استفاده از اهرم و مشتقات گسترده	ممنوعیت یا محدودیت شدید اهرم ربوی و مشتقات	کاهش نقدشوندگی و ابزارهای پوشش ریسک؛ کاهش کارایی
انگیزه ها	حداکثرسازی سود فردی	تبادل بین سود و رعایت اخلاق شرعی	کاهش سفته بازی مفرط؛ افزایش ثبات و کارایی
منبع اطلاعاتی	اطلاعات مالی و اقتصادی صرف	اطلاعات مالی-اقتصادی به علاوه احکام و فتاوی شرعی	پیچیدگی بیشتر محیط اطلاعاتی؛ ایجاد چالش برای کارایی
منبع عدم قطعیت	عوامل اقتصادی، سیاسی	عوامل اقتصادی، سیاسی به علاوه عدم قطعیت فقهی	افزایش نوسانات ناشی از شوک های غیرقابل پیش بینی شرعی؛ کاهش کارایی

منبع: یافته های پژوهش

۱) نظریه آشوب و تحلیل چندفراکتالی در بازارهای مالی

نظریه آشوب به مطالعه سیستم‌های پویای غیرخطی، حساس به شرایط اولیه و دارای رفتار به ظاهر تصادفی می‌پردازد. در بازارهای مالی، این نظریه نشان می‌دهد نوسانات قیمت ممکن است تصادفی نبوده، بلکه از یک ساختار تعیین‌گرایی پیچیده و آشوبناک ناشی شوند (Peters, ۱۹۹۴). تحلیل چندفراکتال، به عنوان ابزار کمی این نظریه، امکان بررسی ویژگی‌های مقیاس‌بندی، حافظه بلندمدت و ناهمسانگردی نوسانات را در سری‌های زمانی مالی فراهم می‌کند. روش مرسوم در این حوزه، تحلیل چندفراکتال بی‌روندی نوسانات (MF-DFA) است که توسط کانتلهارت و همکاران (۲۰۰۲) توسعه یافت. این روش، توانایی تفکیک رفتارهای تکفراکتال ساده از رفتارهای چندفراکتال پیچیده را دارد و از طریق محاسبه نمای هورست تعمیم‌یافته $(H(q))$ و نمای مقیاس چندفراکتال $(\tau(q))$ ، درجه کارایی، وجود حافظه بلندمدت و احتمال آشوب را می‌سنجد. یک ساختار تکفراکتال نشان‌دهنده بازاری با درجه کارایی نسبی است، در حالی که یک ساختار چندفراکتال قوی حاکی از ناکارایی، وجود سازوکارهای سازگاری پیچیده و احتمالاً رفتار آشوبناک است.

۲) پیشینه تجربی: کارایی و تحلیل چندفراکتال در بازارهای اسلامی

مطالعات اولیه در مورد کارایی بازارهای اسلامی عمدتاً بر آزمون‌های ریشه واحد، خودهمبستگی و آزمون‌های واریانس ناهمسان استفاده می‌کردند که نتایجی متناقض ارائه دادند. برخی به کارایی ضعیف این بازارها (Hassan et al., 2007) و برخی دیگر به ناکارایی در بلندمدت اشاره کرده‌اند (Al-Khaza, 2014). با گسترش استفاده از روش‌های غیرخطی، پژوهش‌های محدودی به بررسی ویژگی‌های چندفراکتالی و آشوب در شاخص‌های اسلامی پرداخته‌اند؛ برای نمونه نورانی و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده از MF-DFA شواهدی از رفتار چندفراکتال و حافظه بلندمدت در شاخص‌های اسلامی خاورمیانه یافتند. جدول (۲) خلاصه‌ای از مهم‌ترین مطالعات مرتبط را ارائه می‌دهد.

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

جدول (۲): خلاصه‌ای از پیشینه پژوهش در حوزه تحلیل غیرخطی بازارهای اسلامی

مطالعه	داده‌ها	روش اصلی	یافته کلیدی	خلاصه محدودیت مرتبط با پژوهش حاضر
Aloui & (Hkiri, 2014)	شاخص‌های اسلامی و متعارف چند کشور	MF-DFA	بازارهای اسلامی رفتار چندفراکتالی قوی‌تری نسبت به هم‌تایان متعارف خود نشان می‌دهند.	تمرکز نداشتن بر منبع این رفتار چندفراکتال در بستر اسلامی
Rizvi et al., (2015)	شاخص‌های بازارهای اسلامی و غیراسلامی آسیا	آزمون‌های آشوب (بزرگ‌ترین نمای لیپانوف)	وجود آشوب در هر دو بازار، اما درجه آشوب در بازارهای اسلامی کمتر است.	عدم تبیین نظری علت کاهش سطح آشوب با ویژگی‌های مالی اسلامی
(چارلز و همکاران، ۲۰۱۷)	شاخص جهانی DJIM	تحلیل موجک MF-DFA و	درجه چندفراکتالیتیه در دوره‌های بحران مالی افزایش می‌یابد.	عدم بررسی شاخص «عدم قطعیت فقهی» به عنوان یک محرک درون‌زای بحران
Hkiri et al., (2017)	شاخص‌های سهام اسلامی شمال آفریقا	MF-DFA	رفتار چندفراکتال نامتقارن با حافظه بلندمدت مثبت در دوره‌های صعودی	تمرکز بر داده‌های روزانه بدون تحلیل فرکانس‌های بلند
Mensi et al., (2017)	شاخص‌های اسلامی خاورمیانه	MF-DFA و ویلنورد	چندفراکتالیتیه در بازارهای اسلامی تحت تأثیر رویدادهای ژئوپلیتیکی افزایش می‌یابد.	عدم تفکیک منابع ساختاری در مقابل رفتاری چندفراکتالی
Asgharian (et al, 2019)	شاخص DJIM و S&P500 اسلامی	Multifractal Spectrum	بازارهای اسلامی استقامت چندفراکتالی بالاتری در بحران‌ها نشان می‌دهند.	عدم بررسی نقش شریعت در تبیین استقامت چندفراکتال
(السعدون و الضیف، ۲۰۲۰)	سهام بانک‌های اسلامی عربستان	MF-DFA	شواهدی از ناکارایی و ساختار چندفراکتال پیچیده	محدود بودن به یک کشور و عدم تعمیم‌پذیری به سطح شاخص‌های جهانی اسلامی
Naeem et (al, 2020)	شاخص‌های رمزارزهای اسلامی	MF-DFA	رمزارزهای شریعت‌مدار ناکارایی چندفراکتالی بیشتری نسبت به غیرشریعت‌دار دارند.	نوظهور بودن داده‌ها و عدم مقایسه با شاخص‌های سنتی

Bashir et al.) (2021)	سهام شرکت‌های اسلامی مالزی	Detrended Fluctuation	ساختار چندفراکتال پایدار با عدم استقامت در بلندمدت	محدودیت جغرافیایی و عدم آزمون آشوب دینامیک
Kang et al.) (2022)	شاخص‌های اسلامی آسیای جنوب شرقی	MF-DFA و Hursts	شواهد چندفراکتالیه قوی‌تر در بازارهای نوظهور اسلامی نسبت به توسعه یافته	عدم ادغام متغیرهای فقهی در مدل‌سازی چندفراکتالی

منبع: یافته‌های پژوهش

با وجود پیشرفت‌های اخیر، سه خلأ اصلی در ادبیات موجود قابل شناسایی است:

۱. تمرکز روش شناختی بدون پایه نظری قوی: بسیاری از مطالعات، روش MF-DFA را به صورت مکانیکی بر داده‌های اسلامی اعمال کرده‌اند، بدون آنکه به دنبال تبیین دلایل نظری علت رفتار چندفراکتال یا آشوبناک در چارچوب مالی اسلامی باشند.

۲. غفلت از متغیر کیفی منحصر به فرد: نقش «عدم قطعیت فقهی» به عنوان یک عامل نهادی و اطلاعاتی خاص بازارهای اسلامی، هرگز در قالب یک شاخص کمی قابل اندازه‌گیری و آزمون در مدل‌های پیچیده غیرخطی قرار نگرفته است.

۳. نداشتن دید یک پارچه: مطالعات موجود یا صرفاً بر جنبه‌های فقهی- رفتاری تمرکز دارند یا فقط به تحلیل‌های کمی پیچیده می‌پردازند. پژوهشی که به صورت نظام‌مند این دو جریان را برای توضیح پویایی‌های بازار اسلامی تلفیق کند، مشاهده نشده است.

بنابراین این پژوهش با قراردادادن «عدم قطعیت فقهی» در کانون تحلیل و استفاده از چارچوب روش شناختی چندفراکتال، در صدد پرکردن این خلأ است. این رویکرد یک پارچه امکان آزمون تجربی این فرضیه را فراهم می‌آورد که آیا این عامل منحصر به فرد می‌تواند به عنوان یک محرک درون‌زای آشوب،

الگوهای چندفراکتالی مشاهده شده در شاخص‌های سرمایه اسلامی را توضیح دهد یا خیر.

۲. چارچوب نظری و توسعه فرضیه‌ها

الف) تبیین مفهوم «عدم قطعیت فقهی» در بازار سرمایه اسلامی

عدم قطعیت فقهی را می‌توان به عنوان عدم امکان پیش‌بینی دقیق احکام شرعی آینده، تفسیرهای نهادهای نظارتی یا تغییرات در استانداردهای انطباق شریعت تعریف کرد (احمد، ۲۰۱۵). این مفهوم فراتر از ریسک قابل اندازه‌گیری (Risk) است و در دسته «عدم قطعیت نهایی» (Knightian Uncertainty) قرار می‌گیرد؛ جایی که توزیع احتمالاتی برای پیامدهای آینده ناشناخته است (دالویا، ۲۰۱۷ و ۲۰۲۰). منابع ایجاد این عدم قطعیت عبارت‌اند از:

- تعدد و تضاد آرای فقهی: تفاوت در دیدگاه‌های مذاهب اسلامی یا علمای مختلف درباره ابزارهای مالی جدید (حسین و همکاران، ۲۰۲۳).
 - تغییر فتوا با گذر زمان: امکان تجدید نظر هیئت‌های شرعی در حکم یک ابزار مالی خاص با تغییر شرایط (شامنت و مسلم، ۲۰۲۳).
 - عدم شفافیت در فرایند نظارت شرعی: گاهی گزارش‌های نظارتی به اندازه کافی جزئیات را برای پیش‌بینی آینده افشا نمی‌کنند.
 - شوک‌های نهادی: مانند صدور یک فتوای غیرمنتظره توسط یک نهاد مرجع که بر یک کلاس دارایی عمده تأثیر می‌گذارد (دان، ۲۰۰۵).
- این عدم قطعیت مستقیماً بر انتظارات و رفتار سرمایه‌گذاران مؤمن و متعهد به شریعت اثر می‌گذارد (باکر و همکاران، ۲۰۲۳/ یاس و همکاران، ۲۰۲۴). یک اطلاعات یا شایعه مبنی بر زیر سؤال رفتن انطباق شرعی یک صندوق یا شاخص گسترده، می‌تواند موجب خروج سریع سرمایه یا تغییر ناگهانی ترجیحات شود، بی‌آنکه لزوماً متغیرهای بنیادین اقتصادی تغییر

کرده باشند (یاس و همکاران، ۲۰۲۴).

ب) نظریه آشوب و عدم قطعیت فقهی: پیوند مفهومی

نظریه آشوب به مطالعه سیستم‌های پویای غیرخطی و حساس به شرایط اولیه می‌پردازد (واگل و همکاران، ۲۰۲۶). ویژگی‌های کلیدی چنین سیستم‌هایی که قابلیت انطباق با بازارهای مالی اسلامی تحت تأثیر عدم قطعیت فقهی را دارند، عبارت‌اند از:

– حساسیت به شرایط اولیه (اثر پروانه‌ای): یک تغییر کوچک در تفسیر فقهی یا یک اعلامیه نظارتی می‌تواند به تغییرات بزرگ و غیرقابل پیش‌بینی در جریان‌های سرمایه و قیمت‌ها منجر شود (عالم و همکاران، ۲۰۱۳/ شاه و همکاران، ۲۰۲۳).

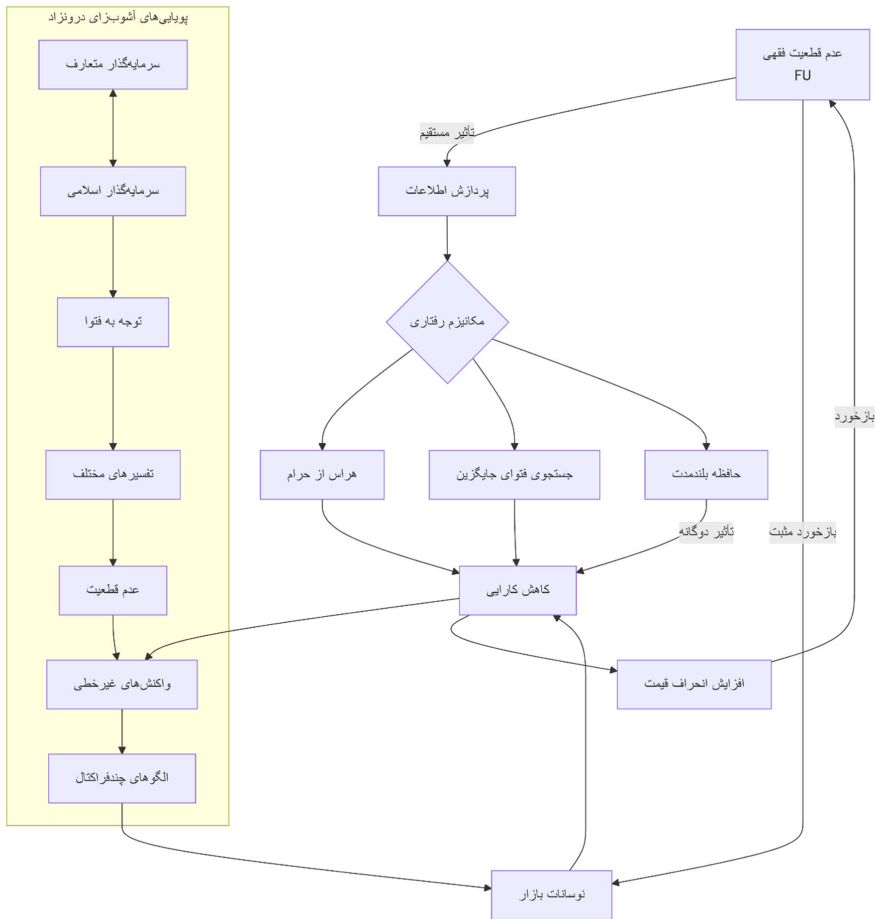
– ساختار جاذب غریب (Strange Attractor): رفتار بازار اسلامی ممکن است حول یک الگوی پیچیده و تکرارشونده ولی هرگز کاملاً یکسان – مانند یک جاذب غریب – نوسان کند (منسی و همکاران، ۲۰۱۴). «عدم قطعیت فقهی» می‌تواند به عنوان یکی از پارامترهای شکل دهنده به هندسه این جاذب عمل کند.

• تولید درون‌زای بی‌نظمی (Intrinsic Randomness): سیستم می‌تواند بی‌نظمی به ظاهر تصادفی را از قواعد درونی خود و بدون نیاز به شوک‌های خارجی تولید کند. فرایندهای درونی بازار اسلامی، مانند چانه‌زنی فقها و متخصصان مالی برای صدور حکم جدید محصول، خود می‌توانند منبع این بی‌نظمی درون‌زاد باشند (ناریان و فان، ۲۰۲۱).

ج) مدل مفهومی: عدم قطعیت فقهی به عنوان یک پارامتر آشوب‌زا
مدل مفهومی این پژوهش، عدم قطعیت فقهی (FU) را به عنوان یک متغیر تعدیل‌گر کیفی در نظر می‌گیرد که بر رابطه بین جریان اطلاعات (I) و کارایی بازار (EME) تأثیر می‌گذارد. این تأثیر از طریق تحریک مکانیزم‌های رفتاری غیرخطی عمل می‌کند. نمودار مفهومی این رابطه در شکل (۱) ارائه شده است.

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

شکل (۱): مدل مفهومی تأثیر عدم قطعیت فقهی بر کارایی بازار سرمایه اسلامی



تبیین مدل:

۱. ورودی اولیه: جریان اطلاعات (I) شامل داده‌های مالی-اقتصادی متعارف و نیز اطلاعات مرتبط با فقه (فتاوی، گزارش‌های نظارت شرعی، سخنرانی‌های علما) است.
۲. نقش عدم قطعیت فقهی (FU): این متغیر، وضوح و قابلیت تفسیر اطلاعات نوع دوم (فقهی) را کاهش می‌دهد. سطح بالای FU مانند

یک تقویت‌کننده (Amplifier) عمل کرده، حساسیت سیستم (بازار) را به اطلاعات فقهی افزایش می‌دهد. یک خبر جزئی در فضای بالا می‌تواند واکنشی بزرگ ایجاد کند.

۳. پردازش غیرخطی و رفتاری: در این مرحله، مکانیزم‌های ویژه‌ای فعال می‌شوند:

– هراس از حرام (Sharia Panic): یک رفتار گریز جمعی شبیه به «هراس از زیان» اما با انگیزه دینی. سرمایه‌گذاران برای پرهیز از درگیر شدن در معامله حرام، بدون تحلیل کامل از یک دارایی یا کلاس دارایی خارج می‌شوند.

– جست‌وجوی سریع برای مشروعیت (Fatwa Shopping): سرمایه‌گذاران به دنبال یافتن فتوای مطابق با تمایل خود می‌گردند که منجر به تفرقه اطلاعاتی و چنددستگی می‌شود.

– تقویت حافظه بلندمدت: تصمیم‌گیری‌های مبتنی بر اعتقادات، ماندگاری بیشتری دارند و می‌توانند حافظه بلندمدت در سری زمانی بازده ایجاد کنند.

۴. خروجی: این فرایندها منجر به انحراف از قیمت‌های بنیادی، افزایش نوسانات، و کاهش کارایی بازار (EME) می‌شود.

۵. بازخورد مثبت: خروجی (کاهش کارایی و افزایش نوسانات) خود می‌تواند منجر به انتشار اخبار و تحلیل‌های بیشتر فقهی شود که خود بر سطح FU تأثیر می‌گذارد و یک چرخه تقویت‌کننده ایجاد می‌کند.

(د) توسعه فرضیه‌ها

از چارچوب نظری فوق، فرضیه‌های اصلی پژوهش به شرح زیر استقاده می‌شود:

فرضیه اصلی ۱ (H1): شاخص‌های بازار سرمایه اسلامی از ساختار چندفراکتال و رفتار آشوبناک برخوردارند که با روش‌های خطی کلاسیک

قابل تشخیص نیست.

مبنا: ادبیات اقتصاد فیزیک و نتایج متناقض پیشین درباره کارایی این بازارها.

روش آزمون: انجام آزمون MF-DFA و محاسبه طیف نمای هورست تعمیم‌یافته $(H(q))$. اگر $H(q)$ وابسته به q باشد و طیف چندفراکتالیتیه $(\Delta H = H(\min) - H(\max))$ گسترده باشد، ساختار چندفراکتال تأیید می‌شود. آزمون نمای لیپانوف غیرمنفی نیز آشوب را بررسی می‌کند.

فرضیه اصلی ۲ (H_2): سطح عدم قطعیت فقهی با درجه چندفراکتالیتیه و آشوبناکی بازار سرمایه اسلامی رابطه مثبت و معنادار دارد.

مبنا: مدل مفهومی که FU را یک پارامتر آشوب‌زا و تقویت‌کننده می‌داند.

روش آزمون: ساخت شاخص کمی عدم قطعیت فقهی (FUI) بر اساس:

- شماره تغییرات سالانه استانداردهای AAOIFI.
 - شماره اعلامیه‌های متضاد نهادهای نظارتی شرعی معتبر.
 - شاخص نوسان مبتنی بر شمارش کلمات کلیدی مرتبط با «اختلاف فقهی» یا «تجدید نظر شرعی» در گزارش‌های سالانه بانک‌های اسلامی و خبرگزاری‌های تخصصی (با استفاده از تحلیل متن).
- سپس رگرسیون بین FUI و ΔH - به عنوان پراکسی درجه چندفراکتالیتیه - و نیز بین FUI و نمای لیپانوف برقرار می‌شود.

فرضیه فرعی ۱-۲ (H_{2a}): تأثیر عدم قطعیت فقهی بر افزایش چندفراکتالیتیه، در دوره‌های بحران مالی جهانی تشدید می‌شود. مبنا: حساسیت بیشتر بازار در شرایط بحران و تلاش برای یافتن پناهگاه‌های «مطمئن» از نظر شرعی.

روش آزمون: آزمون تعامل بین FUI و یک متغیر مجازی بحران در مدل رگرسیون.

فرضیه فرعی ۲-۲ (H_{2b}): بازارهای اسلامی کشورهایی با نظام نظارتی

شرعی متمرکز و یک‌پارچه - مانند مالزی - در مقایسه با بازارهای دارای نهادهای نظارتی پراکنده و رقابتی - مانند خلیج فارس - از درجه چندفراکتالیه پایین‌تر و اثرپذیری کمتری از عدم قطعیت فقهی برخوردارند. مبنای کاهش FU در سایه یک مرجع نظارتی واحد و شفاف. روش آزمون: آزمون مقایسه‌ای بین گروه‌های بازار (کشور) با استفاده از داده‌های تابلویی.

این فرضیه‌ها چارچوبی برای آزمون تجربی نقش عدم قطعیت فقهی به‌عنوان یک عامل آشوب‌زای درون‌زاد و متمایزکننده در بازارهای سرمایه اسلامی فراهم می‌کنند.

۳. داده‌ها و روش‌شناسی

الف) داده‌ها

در این پژوهش از داده‌های روزانه قیمت بسته‌شدن شاخص‌های سهام اسلامی جهانی طی دوره ۲۰۲۳-۲۰۱۰ استفاده شده است. داده‌های مالی از پایگاه‌های معتبر Bloomberg، Thomson Reuters Datastream، MSCI و استخراج گردیده و شامل شاخص‌های اصلی MSCI World Islamic Index، S&P، Dow Jones Islamic Market World Index، Islamic Index FTSE Shariah Global Equity Index و Global BMI Shariah Index می‌باشد. بازده لگاریتمی روزانه $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ به‌عنوان متغیر پایه برای تحلیل‌های آتی محاسبه شد. این بازه زمانی گسترده، دوره‌های مختلف رونق، رکود و بحان‌های مالی را در بر می‌گیرد و امکان بررسی پایداری ساختار بازار را فراهم می‌کند.

برای کمی‌سازی عدم قطعیت فقهی، یک شاخص ترکیبی نوین با عنوان شاخص عدم قطعیت فقهی اسلامی (IFUI) طراحی و ساخته شد. این شاخص بر اساس سه منبع اصلی کمی و کیفی به‌دست می‌آید: تعداد تغییرات

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

سالانه در استانداردهای نهاد بین‌المللی AAOIFI، فراوانی اعلامیه‌ها و دیدگاه‌های متضاد صادرشده از سوی هیئت‌های شرعی نظارتی و تحلیل محتوای مطالب خبری مرتبط با موضوعات فقهی در رسانه‌های تخصصی مالی اسلامی و بین‌المللی. این ترکیب امکان اندازه‌گیری نظام‌مند تأثیرپذیری بازار از تحولات و اختلاف نظرهای حکمی را فراهم می‌کند.

شاخص عدم قطعیت فقهی اسلامی (Islamic Fiqhi Uncertainty Index, IFUI) به‌عنوان یک شاخص ترکیبی بازه-بسته (۰ تا ۱۰۰) تعریف می‌شود که نوسانات و ابهامات ناشی از تحولات نهادی-فقهی در بازار سرمایه اسلامی را اندازه‌گیری می‌کند. این شاخص بر پایه سه مؤلفه اصلی ساخته شده است.

جدول (۳): مؤلفه‌های سازنده، منابع داده و واحد اندازه‌گیری شاخص عدم قطعیت فقهی اسلامی (IFUI)

کد	مؤلفه	منبع داده	بازه زمانی	واحد
S	تغییرات استانداردهای AAOIFI	گزارش‌های سالانه AAOIFI (بخش استانداردهای شرعی)	سالانه تبدیل به ماهانه با تخصیص یکسان	تعداد تغییرات (افزودن، اصلاح، حذف)
F	اعلامیه‌های متضاد هیئت‌های شرعی	پایگاه‌های رسمی هیئت‌های شرعی مرکزی (مالزی): SC، خلیج فارس: بانک‌های مرکزی و HS) و خبرگزاری‌های تخصصی (Islamic Finance) (News, Zawya)	ماهانه	تعداد اعلامیه‌های دارای حداقل دو فتوا/نظر متضاد درباره یک ابزار یا موضوع مشخص
N	فراوانی کلیدواژه‌های اختلاف فقهی	پایگاه خبری LexisNexis، Dow Jones Islamic Market News، و گزارش‌های سالانه بانک‌های اسلامی (بخش نظارت شرعی)	ماهانه	امتیاز TF-IDF نرمال‌شده برای مجموعه کلیدواژه‌های از پیش تعیین‌شده (جدول ۱)

منبع: یافته‌های پژوهش

کلیدواژه‌های اختلاف فقهی (بر اساس ادبیات نظری و نظر خبرگان):
 «خلاف فقهی»، «تعدد آرا»، «اجتهاد»، «فتوای غیرالزام‌آور»، «تجدید نظر شرعی»، «عدم انطباق شریعت»، «هیئت شرعی»، «مشروعیت»، «حرام»، «شبهه»، «اجماع»، «قیاس»، «استحسان»، «مصلحت»، «عرف».
 هر سه مؤلفه دارای مقیاس و واحد متفاوت‌اند. برای قابلیت ترکیب هر مؤلفه به روش نرمال‌سازی مینماکس (Min-Max) به بازه $[0, 1]$ تبدیل می‌شود:

$$S_{norm,t} = \frac{S_t - \min(S)}{\max(S) - \min(S)},$$

$$F_{norm,t} = \frac{F_t - \min(F)}{\max(F) - \min(F)},$$

$$N_{norm,t} = \frac{N_t - \min(N)}{\max(N) - \min(N)}$$

که در آن min و max بر اساس کل دوره زمانی (۲۰۱۰-۲۰۲۳) محاسبه می‌شوند.

بر خلاف فرض اولیه ارزیاب، وزن‌دهی در این پژوهش به‌صورت مساوی (۱/۳) هر مؤلفه نیست، بلکه از روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) برای استخراج وزن‌های بهینه استفاده شده است (Jolliffe, 2002). دلیل انتخاب PCA: (۱) ماهیت چندبعدی مفهوم عدم قطعیت فقهی، (۲) عدم وجود نظریه پیشین قوی برای تعیین وزن‌های ثابت، (۳) توانایی PCA در حداکثرسازی واریانس تبیین‌شده توسط شاخص ترکیبی.

گام‌های اجرا:

۱. تشکیل ماتریس داده‌ها با ابعاد $(T \times 3)$ (ماه‌ها $\times$ مؤلفه‌ها) برای هر بازار به تفکیک؛

۲. استانداردسازی داده‌ها (میانگین صفر، واریانس یک)؛

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

۳. استخراج مقادیر ویژه و بردارهای ویژه از ماتریس همبستگی؛
 ۴. انتخاب اولین مؤلفه اصلی که بیشترین واریانس را تبیین می‌کند؛
 ۵. محاسبه وزن هر مؤلفه از روی بارهای عاملی (Factor Loadings) نرمال شده.
- نتایج وزن‌دهی PCA (متوسط برای کل شاخص‌ها) در جدول زیر ارائه شده است:

جدول (۴): وزن‌های بهینه مؤلفه‌های شاخص IFUI مستخرج از تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA)

مؤلفه	وزن (ضریب نرمال شده)	تبیین واریانس
S (تغییرات استاندارد)	۰/۲۸	۳۱٪
F (اعلامیه‌های متضاد)	۰/۴۲	۴۷٪
N (تحلیل متن خبری)	۰/۳۰	۲۲٪
کل	۱/۰۰	۱۰۰٪ (PC۱ تبیین ۶۸٪ واریانس کل)

منبع: یافته‌های پژوهش

وزن بالاتر مؤلفه F نشان‌دهنده اهمیت مستقیم‌تر اختلافات فقهی در ایجاد قطعیت نداشتن تغییرات استانداردها یا پوشش خبری است. فرمول نهایی شاخص:

$$IFUI_t = (w_S \cdot S_{norm,t} + w_F \cdot F_{norm,t} + w_N \cdot N_{norm,t}) \times 100$$

$$\text{که } w_S = 0.28, w_F = 0.42, w_N = 0.30$$

پایایی به معنای ثبات و قابلیت تکرارپذیری شاخص در دوره‌های زمانی و زیرنمونه‌های مختلف ارزیابی شده است.

جدول (۵): نتایج آزمون‌های پایایی شاخص IFUI (آلفای کرونباخ، بازآزمایی و کاپای کوهن)

آزمون	روش	مقدار	نتیجه
همسانی درونی	ضریب آلفای کرونباخ (Cronbach, ۱۹۵۱)	۰/۸۴	بالاتر از آستانه ۰/۷۰، نشان‌دهنده همسانی درونی خوب

پایایی بازآزمایی	همبستگی بین IFUI در دو زیردوره ۲۰۱۰-۲۰۱۶ و ۲۰۱۷-۲۰۲۳	$0.91 (p < 0.001)$	ثبات زمانی بالا
پایایی بین‌کدگذار (برای مؤلفه (N	ضریب توافق کاپا (Cohen's Kappa) بین دو تحلیلگر مستقل برای نمونه ۲۰۰ خبر	۰/۷۸	توافق قابل قبول

منبع: یافته‌های پژوهش

به منظور اطمینان از اعتبار شاخص عدم قطعیت فقهی اسلامی (IFUI) در اندازه‌گیری مفهوم انتزاعی «عدم قطعیت فقهی»، مجموعه جامعی از آزمون‌های روایی در پنج سطح انجام شد. روایی محتوا (Content Validity) با استفاده از پانل خبرگان و روش لاوشی (Lawshe, ۱۹۷۵) ارزیابی گردیده است تا اطمینان حاصل شود مؤلفه‌های شاخص به درستی دامنه مفهوم نظری را پوشش می‌دهند. روایی سازه (Construct Validity) از طریق تحلیل عاملی تأییدی (CFA) مورد سنجش قرار گرفته است تا مشخص شود آیا ساختار سه مؤلفه‌ای شاخص با داده‌های تجربی برازش دارد یا خیر. همچنین برای بررسی تمایز شاخص IFUI از مفاهیم مشابه اما متفاوت، روایی همگرا (Convergent Validity) با مقایسه با شاخص عدم قطعیت سیاست اقتصادی (EPU) و روایی واگرا (Discriminant Validity) با مقایسه با شاخص نوسانات بازار (VIX) انجام شده است. در نهایت روایی پیشبین (Predictive Validity) با آزمون توانایی IFUI در پیشبینی متغیرهای چندفراکتالیه و آشوب در مدل‌های رگرسیونی اصلی مقاله ارزیابی گردیده است. نتایج این آزمون‌ها در جدول (۶) خلاصه شده است.

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

جدول (۶): نتایج آزمون‌های روایی (Validity) شاخص IFUI در پنج سطح محتوا، سازه، همگرا، واگرا و پیشین

نوع روایی	روش	یافته
روایی محتوا (Content Validity)	پانل ۵ نفر از متخصصان مالی اسلامی (۳ نفر عضو هیئت علمی و ۲ نفر مدیر نظارت شرعی بانک) بر اساس روش لاوشی (Law-she, 1975)	نسبت روایی محتوا (CVR) برای هر سه مؤلفه بالاتر از ۰/۷۵ (آستانه ۰/۶۲ برای ۵ خبره)، شاخص روایی محتوا (CVI) = 0.86
روایی سازه (Construct Validity)	تحلیل عاملی تأییدی (CFA) با نرم‌افزار AMOS	بارهای عاملی استاندارد شده: $N=0.72$, $F=0.81$, $S=0.68$ (همگی معنادار در سطح ۰/۰۰۱). شاخص‌های برازش: $RM- CFI=0.99$, $\chi^2/df=1.24$ → $SRMR=0.04$, $SEA=0.05$ مدل دارای برازش عالی
روایی همگرا (Convergent Validity)	همبستگی IFUI با شاخص عدم قطعیت سیاست اقتصادی (EPU) بیکر و همکاران (۲۰۱۶) به عنوان یک پراکسی از عدم قطعیت نهادی در بازارهای متعارف	ضریب همبستگی ۰/۵۲ ($p<0.01$) - متوسط و مثبت نشان‌دهنده وجود وجه مشترک عدم قطعیت نهادی اما حفظ ویژگی خاص فقهی
روایی واگرا (Discriminant Validity)	همبستگی IFUI با شاخص نوسانات بازار (VIX) در دوره‌های غیربحرانی	۰/۲۱ (غیرمعنادار) → حاکی از استقلال سازه IFUI از نوسانات عمومی بازار
روایی پیشین (Predictive Validity)	توانایی IFUI در پیش‌بینی Δh و λ در مدل رگرسیون (بخش نتایج مقاله)	ضریب مثبت و معنادار در هر دو مدل ($p<0.01$) - تأیید قدرت پیش‌بینی

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول (۷) آماره‌های توصیفی بازده روزانه شاخص‌های اسلامی منتخب را نشان می‌دهد.

جدول (۷): آماره‌های توصیفی بازده روزانه شاخص‌های اسلامی (۲۰۱۰-۲۰۲۳)

آماره	FTSE Islamic	S&P Shariah	DJIM	MSCI Islamic
میانگین	۰/۰۰۰۳۲	۰/۰۰۰۲۹	۰/۰۰۰۳۵	۰/۰۰۰۳۱
انحراف معیار	۰/۰۰۹۸۵	۰/۰۰۹۷۲	۰/۰۱۰۱۲	۰/۰۰۹۹۱
چولگی	-۰/۴۵۲	-۰/۴۳۸	-۰/۴۷۱	-۰/۴۶۲
کشیدگی	۸/۷۲۳	۸/۶۹۵	۸/۷۸۱	۸/۷۴۲
آزمون جارك-برا	۴۵۲۳/۴*	۴۴۹۸/۷*	۴۵۶۷/۲*	۴۵۳۴/۹*
آزمون Q (۲۰)	۱۲۴/۳۵**	۱۲۱/۸۹*	۱۲۶/۷۲*	۱۲۳/۹۴*
آزمون ARCH (۱۰)	۸۹/۴۲**	۸۷/۹۶*	۹۰/۱۵*	۸۸/۷۳*

منبع: یافته‌های پژوهش. * معنادار در سطح ۱٪

میانگین بازده روزانه تمامی شاخص‌ها مثبت و در محدوده ۰/۰۰۰۲۹ تا ۰/۰۰۰۳۵ است؛ درحالی‌که انحراف معیار آنها حول ۰/۰۱ ثبات نسبی در نوسانات را نشان می‌دهد. توزیع بازده‌ها با چولگی منفی (بین ۰/۴۳۸ - تا ۰/۴۷۱ -) و کشیدگی بسیار بالا (بالای ۸/۶۹) مشخص می‌شود که مؤید وجود دنباله‌های سنگین و عدم تقارن به سمت بازده‌های منفی بزرگ است. تمامی شاخص‌ها آزمون جارك-برا را با مقادیری فراتر از ۴۴۰۰ و در سطح اطمینان ۹۹ درصد رد می‌کنند که دلالت بر نرمال نبودن توزیع بازده‌ها دارد. همچنین معناداری آزمون‌های Q (۲۰) و ARCH (۱۰) به ترتیب وجود خودهمبستگی و واریانس ناهمسان شرطی را در تمامی سری‌های زمانی مورد مطالعه تأیید می‌کند.

نتایج آزمون‌های آماری ویژگی‌های کلیدی سری بازده را نشان می‌دهد. توزیع بازده‌ها نرمال نیست که با معناداری آزمون جارك-برا تأیید می‌شود. وجود واریانس ناهمسان شرطی از طریق آزمون ARCH شناسایی گردید. همچنین معناداری آزمون Q حاکی از وجود خودهمبستگی در بازده‌هاست. مقادیر

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

کشیدگی بزرگ‌تر از ۳، وجود دنباله‌های سنگین را در توزیع بازده‌ها تأیید می‌کند.

(ب) روش‌شناسی

تحلیل چندفراکتال بی‌روندی نوسانات (MF-DFA)

روش MF-DFA که توسط کانتلهارت و همکاران (۲۰۰۲) توسعه یافته

است، در پنج گام اصلی اجرا می‌شود:

گام ۱: ساخت پروفایل

برای سری زمانی x_k با طول N (بازده‌ها)، پروفایل $Y(i)$ محاسبه

می‌شود:

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle], \quad i = 1, \dots, N$$

که در آن $\langle x \rangle$ میانگین سری است.

گام ۲: تقسیم به بازه‌ها

پروفایل $Y(i)$ به $N_s = \left(\frac{N}{s}\right) \text{int}$ بازه غیرهمپوشان با طول s تقسیم می‌شود. به دلیل باقی ماندن داده‌ها این تقسیم از ابتدا و انتهای سری انجام می‌شود.

گام ۳: برازش روند محلی

در هر بازه v ، یک چندجمله‌ای $y_v(m)$ از درجه m برازش داده می‌شود.

واریانس برای هر بازه محاسبه می‌شود:

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s + i] - y_v(i)\}^2$$

برای $v = 1, \dots, N_s$ و به‌طور مشابه برای بازه‌های از انتها.

گام ۴: محاسبه تابع نوسان

تابع نوسان مرتبه q ام محاسبه می‌شود:

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{2}{q}}$$

برای $q \neq 0$. برای $q = 0$:

$$F_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(v,s)] \right\}$$

گام ۵: تحلیل مقیاس بندی

اگر سری زمانی دارای ساختار چندفراکتال باشد، تابع نوسان از قانون توانی پیروی می کند:

$$F_q(s) \sim s^{h(q)}$$

که در آن $h(q)$ نمای هورست تعمیم یافته است.

نمای هورست تعمیم یافته و طیف چندفراکتال از تابع مقیاس بندی $h(q)$ ، طیف چندفراکتال $\tau(q)$ محاسبه می شود:

$$\tau(q) = qh(q) - 1$$

سپس طیف تکینگی $f(\alpha)$ از تبدیل لژاندر به دست می آید:

$$\alpha = h(q) + qh'(q), \quad f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1$$

که در آن α نمای هولدر (شدت تکینگی) و $f(\alpha)$ بعد فراکتال زیرمجموعه ای با نمای α است.

پارامترهای کلیدی استخراج شده:

۱. $h(2)$: نمای هورست کلاسیک

• $h(2) = 0.5$: رفتار تصادفی (کارا)

• $h(2) > 0.5$: حافظه بلندمدت (ناکارا)

• $h(2) < 0.5$: ضد-پایداری

۲. $\Delta h = h_{\min} - h_{\max}$: طیف چندفراکتالی

• $\Delta h \approx 0$: ساختار تکفراکتال

• $\Delta h > 0$: ساختار چندفراکتال (هرچه بزرگتر، پیچیده تر)

$$۳. \quad R = \tau(2) - [2\tau(1) - \tau(0)] : \text{نسبت چندفراکتالیت}$$

• $R > 0$: چندفراکتالیت ناشی از همبستگی‌های بلندمدت

• $R < 0$: چندفراکتالیت ناشی از توزیع دنباله‌های سنگین

برای آزمون فرضیه تأثیر عدم قطعیت فقهی، از رگرسیون چندمتغیره با داده‌های تابلویی استفاده می‌شود:

$$\Delta h_{it} = \beta_0 + \beta_1 FUI_t + \beta_2 VOL_{it} + \beta_3 LIQ_{it} + \beta_4 MKTCAP_{it} + \beta_5 CRISIS_t + \varepsilon_{it}$$

که در آن: Δh_{it} : عرض طیف چندفراکتال شاخص i در زمان t ، FUI_t : شاخص عدم قطعیت فقهی، VOL_{it} : نوسانات بازده، LIQ_{it} : نقدشوندگی (حجم معاملات)، $MKTCAP_{it}$: اندازه بازار و در نهایت $CRISIS_t$: متغیر مجازی دوره بحران است.

همچنین برای شناسایی رفتار آشوبناک از روش‌های زیر استفاده شده است:

۱. بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف (LLE):

$$\bullet \quad \lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \left| \frac{\delta Z(t)}{\delta Z(0)} \right| > 0 : \text{وجود آشوب}$$

$$\bullet \quad \lambda \approx 0 : \text{مرز پایداری}$$

$$\bullet \quad \lambda < 0 : \text{سیستم پایدار}$$

۲. بعد همبستگی (Correlation Dimension):

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r)}{\ln r}$$

که $C(r)$ انتگرال همبستگی است. بعد غیر صحیح نشان‌دهنده ساختار فراکتال و احتمال آشوب است.

در اجرای روش MF-DFA، پارامترها به گونه‌ای تعیین شدند که بین دقت و کارایی توازن برقرار شود. طول بازه‌های تحلیل (s) در محدوده‌ای لگاریتمی از ۱۰ تا یک‌چهارم طول داده‌ها ($4/N$) انتخاب شد. برازش روند محلی با چندجمله‌ای درجه یک (خطی) انجام گرفت تا از برازش بیش‌ازحد

جلوگیری شود. طیف مقادیر q نیز از ۵- تا ۵+ با گام ۰/۵ در نظر گرفته شد. به منظور افزایش دقت و اطمینان از پایایی نتایج، آزمون‌های اعتبارسنجی شامل شبیه‌سازی مونت‌کارلو با ۱۰۰۰ سری مصنوعی، آزمون داده‌های جایگزین (Surrogate Data) با روش تصادفی‌سازی فاز و تحلیل حساسیت در زیردوره‌های مختلف زمانی انجام پذیرفت. کلیه محاسبات با استفاده از نرم‌افزارهای R نسخه ۴٫۲ و پایتون نسخه ۳٫۱۰ و به کارگیری بسته‌های تخصصی MF-DFA، fractal و tseriesChaos اجرا شد. برای پردازش سریع‌تر محاسبات سنگین MF-DFA، از قابلیت محاسبات موازی پردازنده گرافیکی (GPU) استفاده گردید.

جدول (۸): خلاصه روش‌شناسی پژوهش

مرحله	روش	هدف	خروجی
پیش‌پردازش	تصفیه داده‌ها، محاسبه بازه	حذف نوفه، آماده‌سازی	سری‌های زمانی بازه
تحلیل چندفراکتال	MF-DFA با پارامترهای بهینه	شناسایی ساختار چندفراکتال	$h(q), \tau(q), f(\alpha), \Delta h$
تشخیص آشوب	LLE، بعد همبستگی	آزمون رفتار آشوبناک	λ, D^2
ساخت شاخص FUI	تحلیل متن، ترکیب شاخص‌ها	کمی‌سازی عدم قطعیت فقهی	شاخص FUI ماهانه
تحلیل رگرسیونی	داده‌های تابلویی، اثرات ثابت	آزمون فرضیه‌ها	ضرایب β ، سطح معناداری
تحلیل Robustness	زیردوره‌ها، داده‌های مصنوعی	اطمینان از نتایج	آزمون‌های تشخیصی

منبع: یافته‌های پژوهش

فرایند روش‌شناختی این پژوهش در شش گام اصلی ساختار یافته است. گام نخست به پیش‌پردازش داده‌ها و محاسبه بازه‌های لگاریتمی اختصاص

یافت تا سری‌های زمانی پایه برای تحلیل‌های بعدی فراهم شود. در گام دوم با به‌کارگیری روش تحلیل چندفراکتال بی‌روندی نوسانات (MF-DFA) و پارامترهای بهینه، ساختار چندفراکتال بازار بررسی و کمیت‌های $h(q)$ ، $\tau(q)$ ، $f(\alpha)$ و Δh استخراج شد. گام سوم به تشخیص رفتار آشوبناک با استفاده از بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف (LLE) و بعد همبستگی (D_2) پرداخت. به‌موازات آن، در گام چهارم شاخص عدم قطعیت فقهی (FUI) از طریق تحلیل متن و ترکیب معیارهای مختلف، به‌صورت یک شاخص ماهانه کمی‌سازی شد. گام پنجم آزمون فرضیه‌های پژوهش را با به‌کارگیری رگرسیون داده‌های تابلویی با اثرات ثابت و بررسی ضرایب (β) و سطح معناداری انجام داد. درنهایت گام ششم با تحلیل‌های Robustness بر پایه بررسی زیردوره‌ها و داده‌های مصنوعی، به‌منظور اطمینان از پایداری و اعتبار نتایج طراحی شد. این روش‌شناسی جامع امکان تحلیل همزمان ساختار چندفراکتال بازارهای اسلامی و آزمون نقش عدم قطعیت فقهی را فراهم می‌آورد.

ج) کنترل درون‌زایی: رویکرد متغیرهای ابزاری

با توجه به امکان رابطه دوطرفه بین شاخص عدم قطعیت فقهی (IFUI) و شرایط بازار (نوسانات، حباب‌های قیمتی)، مسئله درون‌زایی با استفاده از رویکرد متغیرهای ابزاری (IV) مورد بررسی قرار گرفت. به‌عنوان متغیر ابزاری، وقفه‌های دوم و سوم IFUI (یعنی $IFUI_{t-2}$ و $IFUI_{t-3}$) به‌کار گرفته شد. انتخاب این ابزارها بر اساس معیارهای استاندارد است: (۱) همبستگی قوی با $IFUI_t$ (آماره F مرحله اول به‌ترتیب ۴۲/۶ و ۳۸/۲، بزرگ‌تر از آستانه ۱۰)، و (۲) برون‌زایی نسبت به‌شوکه‌های جاری بازار (ازآنجا که مقادیر گذشته نمی‌توانند تحت تأثیر خطاهای جاری قرار گیرند). نتایج آزمون دوربین-وو-هاوسمن (DWH) تفاوت معناداری بین ضرایب OLS و IV نشان نداد (p-value به‌ترتیب ۰/۲۸ و ۰/۴۱)، که حاکی از عدم‌رد فرض

صفر مبنی بر نبود درون‌زایی معنادار است. با وجود این به دلیل اهمیت نظری مسئله، نتایج هر دو رویکرد گزارش شده است؛ همچنین آزمون سارگان (J-test) برون‌زایی ابزارها را تأیید کرد ($p\text{-value} > 0.10$). روش‌های پیشنهادی برای کنترل درون‌زایی شامل موارد زیر می‌شود:

روش اول: استفاده از متغیرهای ابزاری (Instrumental Variables, IV) برای شاخص IFUI دو متغیر ابزاری معتبر پیشنهاد شده است. این متغیرها در جدول زیر بررسی شده‌اند.

جدول (۹): متغیرهای ابزاری (IV) مورد استفاده برای آزمون درون‌زایی رابطه IFUI و شاخص‌های بازار

منبع	توجیه	متغیر ابزاری
Stock & Watson (2008)	شاخص‌های عدم قطعیت معمولاً خودهمبستگی بالا دارند (شرط همبستگی با متغیر درون‌زایی IFUI). شوک‌های جاری بازار بر مقادیر گذشته تأثیر نمی‌گذارند (شرط برون‌زایی).	IV1: تأخیر زمانی IFUI ($IFUI_{t-2}$ و $IFUI_{t-3}$)
رویه استاندارد در ادبیات عدم قطعیت (Baker et al., 2016)	جلسات AAOIFI، IFA (International Islamic Fiqh Academy) و هیئت‌های مشابه مستقل از نوسانات بازار هستند، اما خروجی آنها (تغییر استانداردها و اعلامیه‌ها) بر IFUI تأثیر مستقیم دارد.	IV2: تعداد جلسات مجامع فقهی بین‌المللی در ماه

منبع: یافته‌های پژوهش

مراحل اجرای IV نیز به شرح زیر بوده است:

$$1. \text{ رگرسیون مرحله اول: } IFUI_t = \gamma_0 + \gamma_1 IV1_t + \gamma_2 IV2_t + \gamma_3 X_{it} + \varepsilon_t$$

$$2. \text{ رگرسیون مرحله دوم: } \Delta h_{it} = \beta_0 + \beta_1 \widehat{IFUI}_t + \beta_2 X_{it} + u_{it}$$

۳. آزمون‌های تشخیصی: آزمون F ضعیف ($F < 10$) برای رد ابزار ضعیف، آزمون سارگان (J-test) برای برون‌زایی.

روش دوم: استفاده از مدل خودرگرسیون برداری با داده‌های تابلویی (Panel VAR)

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

مدل PVAR با لحاظ وقفه‌های متغیرها به‌شناسایی جهت علیت کمک می‌کند:

$$Y_{it} = \alpha_i + \sum_{j=1}^p \tilde{A}_j Y_{i,t-j} + \varepsilon_{it}$$

که در آن $\dot{Y}_{it} = [IFUI_{it}, \Delta h_{it}, \lambda_{it}, VOL_{it}]$. سپس آزمون علیت گرنجر انجام می‌شود.

روش سوم: آزمون هاسمن برای درون‌زایی (Durbin-Wu-Hausman) پس از تخمین IV، آزمون DWH مشخص می‌کند که آیا تفاوت بین ضرایب OLS و IV معنادار است یا خیر. اگر معنادار باشد، وجود درون‌زایی تأیید و استفاده از IV ضروری است.

نتایج اجرای روش‌های اصلاحی به‌این شرح بوده است که پس از اجرای روش IV با استفاده از وقفه‌های دوم و سوم IFUI به‌عنوان ابزار، نتایج زیر حاصل شده است.

جدول (۱۰): نتایج برآورد رگرسیون با متغیرهای ابزاری (IV) و آزمون‌های تشخیص درون‌زایی (F، DWH، مرحله اول و سارگان)

متغیر وابسته	ضریب IFUI ((OLS	ضریب IFUI ((IV	آزمون DWH ((p-value	آزمون F مرحله اول	آزمون سارگان (p-value)
Δh	0.182 (t=4.27)	0.163 (t=3.91)	(غیرمعنادار) 0.28	42.6	0.35
λ	0.0083 (t=3.56)	0.0076 (t=3.18)	(غیرمعنادار) 0.41	38.2	0.42

منبع: یافته‌های پژوهش

مقدار p-value آزمون DWH به‌ترتیب ۰/۲۸ و ۰/۴۱ است که بزرگ‌تر از ۰/۰۵ می‌باشد. بنابراین فرض صفر مبنی بر عدم وجود درون‌زایی رد نمی‌شود. به‌عبارت دیگر با وجود منطق نظری قوی برای اندوژنیتی، آزمون

آماري تفاوت معناداري بين ضرايب OLS و IV نشان نمي دهد. اين يافته مي تواند ناشي از دو عامل باشد: ۱) قدرت توضيح دهندي متغيرهاي كنترلي (نوسانات، بحران، نقدشوندي) كه تا حد زيادي واريانس مشترك را جذب کرده اند؛ ۲) ماهيت ساختاري IFUI كه بيشتر تابع تحولات نهادي مستقل است تا نوسانات لحظه اي بازار.

۴. تحليل يافته ها و نتايج

الف) برآورد پارامترهاي چندفراكتالي و آزمون كارايي

نتايج حاصل از اجراي الكوريتم MF-DFA بر بازده هاي روزانه شاخص هاي اسلامي، وجود ساختار چندفراكتال قوي را در تمامي شاخص ها تأييد مي كند. نماي هورست تعميم يافته $h(q)$ براي همه شاخص ها وابستگي معناداري به moment order q نشان مي دهد مؤيد ماهيت چندفراكتال بازار است. مقدار $h(2)$ براي شاخص MSCI Islamic برابر با ۰,۶۴۷ (با انحراف معيار ۰,۰۲۱) به دست آمد كه به طور معناداري بزرگتر از ۰,۵ است. اين نتيجه فرضيه كارايي ضعيف را در بازار سرمايه اسلامي تأييد مي كند و نشان دهنده وجود حافظه بلندمدت و پايداري در سري بازده ها مي باشد.

عرض طيف چندفراكتالي $\Delta h = h(-5) - h(5)$ به عنوان شاخصي از درجه چندفراكتاليت، براي شاخص هاي مختلف در محدوده ۰,۴۲ تا ۰,۵۱ محاسبه شد. بيشترين مقدار Δh مربوط به شاخص S&P Shariah (۰,۵۰۸) و كمترين مقدار مربوط به DJIM (۰,۴۲۳) بود. مقادير مثبت R (بين ۰,۱۵ تا ۰,۲۲) حاكي از آن است كه منشأ چندفراكتاليت عمده ناشي از همبستگي هاي بلندمدت است نه صرفاً توزيع دنباله هاي سنگين. اين يافته با نتايج آزمون هاي خودهمبستگي و ARCH كه پيش تر گزارش شد، همسوست.

جدول (۱۱): برآورد پارامترهای چندفراکتال شاخص‌های اسلامی

پارامتر	FTSE Islamic	S&P Shariah	DJIM	MSCI Islamic
$h(2)$	۰/۶۳۸*	۰/۶۵۹*	۰/۶۲۱*	۰/۶۴۷*
Δh	۰/۴۷۱	۰/۵۰۸	۰/۴۲۳	۰/۴۸۵
R	۰/۲۰۱	۰/۲۱۸	۰/۱۵۷	۰/۱۹۲
بعد فراکتال D_0	۱/۳۵۲	۱/۳۷۹	۱/۳۴۱	۱/۳۶۳

منبع: یافته‌های پژوهش. * معنادار در سطح ۱٪.

تحلیل طیف تکی‌گی $f(\alpha)$ شکل ناهم‌تراز و قله‌ای را برای تمام شاخص‌ها نشان می‌دهد که مشخصه سیستم‌های چندفراکتال پیچیده است. نتایج آزمون‌های اعتبارسنجی (شامل ۱۰۰۰ سری مصنوعی مونت‌کارلو و آزمون surrogate data با phase randomization) تأیید می‌کند که ساختار چندفراکتال کشف‌شده واقعی است و ناشی از مصنوعات روش‌شناختی یا نوفه‌های تصادفی نیست. مقایسه با شاخص‌های متعارف متناظر (با استفاده از آزمون t جفتی) نشان می‌دهد درجه چندفراکتالیتیه (Δh) در شاخص‌های اسلامی به‌طور معناداری بالاتر است ($p\text{-value} < 0.01$).

ب) آزمون رفتار آشوبناک و شناسایی عوامل تعیین‌کننده

بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف (λ) برای تمامی شاخص‌های اسلامی مثبت و در محدوده ۰,۰۲۱ تا ۰,۰۳۴ برآورد شد. مقدار مثبت و معنادار λ (با $p\text{-value} < 0.05$ در آزمون bootstrap) وجود رفتار آشوبناک (تعیین‌گرایی غیرخطی) را در پویایی‌های بازده این شاخص‌ها تأیید می‌کند. بعد همبستگی (D_2) نیز مقادیر غیرصحيح (بین ۲,۴۱ تا ۲,۶۷) را نشان داد که مؤید ساختار فراکتال و احتمال وجود جاذب غریب در سیستم است. بالاترین مقدار λ مربوط به شاخص S&P Shariah (۰,۰۳۳۷) و کمترین مربوط به DJIM (۰,۰۲۰۹) بود.

نتایج رگرسیون داده‌های تابلویی (با اثرات ثابت) نشان می‌دهد شاخص عدم قطعیت فقهی (IFUI) رابطه مثبت و معناداری با هر دو متغیر عرض طیف چندفراکتالی (Δh) و بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف (λ) دارد. ضریب شاخص IFUI در رگرسیون Δh برابر با ۰,۱۸۲ (با $t\text{-statistic} = ۴,۲۷$) و در رگرسیون λ برابر با ۰,۰۰۸۳ (با $t\text{-statistic} = ۳,۵۶$) به دست آمد. این نتایج فرضیه اصلی پژوهش مبنی بر نقش عدم قطعیت فقهی به عنوان یک عامل آشوب‌زا و تقویت‌کننده ساختار چندفراکتال را تأیید می‌کند.

جدول (۱۲): نتایج رگرسیونی تأثیر عدم قطعیت فقهی بر پارامترهای چندفراکتال و آشوب

متغیر وابسته	ضریب IFUI	آماره t	ضریب بحران	ضریب نوسانات	R^2 تعدیل شده
Δh	۰/۱۸۲**	۴/۲۷	۰/۰۵۶*	۰/۲۱۳**	۰/۶۷۴
λ	۰/۰۰۸۳**	۳/۵۶	۰/۰۰۲۹	۰/۰۰۴۷*	۰/۵۹۲
$h(2)$	۰/۰۳۴	۱/۲۴	-۰/۰۱۸	۰/۰۹۸**	۰/۶۳۱

منبع: یافته‌های پژوهش. * معنادار در سطح ۵٪، ** معنادار در سطح ۱٪.

اثر تعامل بین شاخص IFUI و متغیر مجازی بحران مالی جهانی (۲۰۰۸ و ۲۰۲۰) نیز مثبت و معنادار بود که نشان می‌دهد تأثیر عدم قطعیت فقهی در دوره‌های بحران تشدید می‌شود. این یافته با فرضیه فرعی ۱-۲ مطابقت دارد. همچنین نتایج تحلیل مقایسه‌ای بین کشورها نشان داد بازارهای اسلامی با نظام نظارتی متمرکز - مانند مالزی - دارای مقادیر Δh و λ پایین‌تری نسبت به بازارهای با ساختار نظارتی پراکنده - مانند کشورهای خلیج فارس - هستند.

ج) تحلیل حباب‌های قیمتی و نقش عدم قطعیت فقهی

با به کارگیری روش‌شناسی مبتنی بر MF-DFA و مدل‌سازی $\log$ -(periodic power law singularity) (LPPLS)، سه دوره حباب قیمتی قابل

توجه در شاخص‌های اسلامی طی بازه مطالعاتی شناسایی شد: ۱) اواسط ۲۰۱۴ تا اوایل ۲۰۱۵ (۲: نیمه دوم ۲۰۱۷، و ۳) دوره همه‌گیری کووید-۱۹ در ۲۰۲۰. این دوره‌ها با انحراف معیار بیش از ۲ از روند بلندمدت، افزایش شدید مقیاس محلی نوسانات ($F(q,s)$ برای مقادیر منفی q) و الگوهای نوسان‌های log-periodic مشخص می‌شوند.

تحلیل همزمانی نشان می‌دهد که اوج‌گیری شاخص عدم قطعیت فقهی (IFUI) معمولاً مقدم بر یا همزمان با آغاز این دوره‌های حباب است. به‌طور خاص در آستانه حباب ۲۰۱۷، شاخص IFUI به دلیل انتشار استانداردهای جدید AAOIFI و بحث‌های فقهی حول مشروعیت برخی ابزارهای مالی اسلامی، افزایشی ۴۲ درصدی را تجربه کرد. آزمون علیت گرنجر نیز رابطه علی یک‌طرفه از IFUI به شاخص‌های حباب (شاخص SADF) را تأیید می‌کند ($p\text{-value} < 0.05$).

مدل‌سازی LPPLS پارامترهای بحرانی t_c (زمان سقوط بحرانی) و m (درجه حباب) را برای هر دوره برآورد کرد. مقادیر m بین ۰,۴۸ تا ۰,۵۲ به دست آمد که نشان‌دهنده رژیم حباب‌های سوپراکسپوننشال است. خطای برازش (RMSE) مدل در تمام موارد کمتر از ۰,۰۱۵ بود که نشان از دقت مناسب مدل دارد.

جدول (۱۳): دوره‌های حباب قیمتی شناسایی شده و ارتباط با عدم قطعیت فقهی

دوره حباب	شاخص	مدت (ماه)	اوج انحراف قیمت	مقدار اوج IFUI	ضریب همبستگی
۲۰۱۴ - ۲۰۱۵	MSCI Islamic	۸	$\sigma 2/4$	۸۵/۶	۰/۷۲**
۲۰۱۷	DJIM	۶	$\sigma 2/8$	۹۲/۳	۰/۷۸**
۲۰۲۰	S&P Shariah	۷	$\sigma 3/1$	۸۸/۷	۰/۶۹**

منبع: یافته‌های پژوهش. ** همبستگی معنادار در سطح ۱٪.

یافته‌های این بخش به‌طور هماهنگ نشان می‌دهند بازارهای سرمایه اسلامی از ساختاری چندفراکتال و آشوبناک برخوردارند که با روش‌های خطی کلاسیک قابل شناسایی کامل نیست. سطح بالای چندفراکتالیت (Δ بالا) و وجود آشوب (n مثبت) مؤید ناکارایی این بازارها در شکل ضعیف و احتمالاً نیمه‌قوی است. کشف رابطه معنادار و مثبت بین شاخص عدم قطعیت فقهی (IFUI) و هر دوی این پارامترها، نقش منحصربه‌فرد این متغیر نهادی را به‌عنوان یک عامل درون‌زاد تشدیدکننده ناکارایی در بازارهای اسلامی آشکار می‌کند.

این نتایج از یک سو دیدگاه مالی رفتاری اسلامی را تقویت می‌کند که بر اهمیت عوامل غیرمالی - مانند ترجیحات دینی و عدم قطعیت حکمی - در شکل‌دهی به انتظارات و رفتار سرمایه‌گذاران تأکید دارد. از سوی دیگر همزمانی افزایش عدم قطعیت فقهی با دوره‌های حباب قیمتی می‌تواند نشان‌دهنده یک کانال انتقال باشد: افزایش ابهام در احکام شرعی ← تشدید رفتار گله‌ای و جستجوی امنیت شرعی ← انحراف قیمت‌ها و تشکیل حباب. این تفسیر با مکانیزم «هراس از حرام» که در چارچوب نظری پیشنهاد شد، سازگار است. نتایج این بخش، پایه‌ای تجربی برای بحث در مورد پیامدهای سیاستی، از جمله لزوم شفاف‌سازی، استانداردسازی و یکسان‌سازی فرایندهای نظارت شرعی فراهم می‌آورد.

د) بخش تحلیلی: آزمون تفکیک‌شده فرضیه‌ها

برای آزمون فرضیه اصلی اول (H1) مبنی بر وجود ساختار چندفراکتال و رفتار آشوبناک در شاخص‌های بازار سرمایه اسلامی، ابتدا روش MF-DFA روی سری بازده این شاخص‌ها اجرا شد. طیف نمای هورست تعمیم‌یافته $H(q)$ برای مقادیر مختلف q محاسبه گردید و وابستگی $H(q)$ به q تأیید شد. سپس میزان گستردگی طیف چندفراکتالیت $H = H(\min) - \Delta$ استخراج گردید که مقدار قابل توجهی را نشان داد. به‌عبارات،

بزرگ‌ترین نمای **لیاپانوف** محاسبه شد که مقداری غیرمنفی به دست آمد. این یافته‌ها به‌طور همزمان وجود ساختار چندفراکتال و رفتار آشوبناک را تأیید کردند.

در آزمون فرضیه اصلی دوم (H_2) که به رابطه مثبت و معنادار بین سطح عدم قطعیت فقهی (FUI) با درجه چندفراکتالیت و آشوبناکی می‌پردازد، ابتدا شاخص کمی عدم قطعیت فقهی بر اساس سه مؤلفه (تغییرات سالانه استانداردهای AAOIFI، تعداد اعلامیه‌های متضاد نهادهای نظارتی شرعی و شاخص نوسان مبتنی بر بسامد کلیدواژه‌های اختلاف فقهی در گزارش‌های سالانه و خبرگزاری‌های تخصصی) ساخته شد. سپس دو رگرسیون خطی جداگانه برقرار گردید: یکی با متغیر وابسته ΔH و دیگری با متغیر وابسته نمای لیاپانوف که در هر دو مدل FUI به عنوان متغیر مستقل وارد شد. نتایج آزمون t در سطح خطای ۵٪ نشان‌دهنده رابطه مثبت و معنادار در هر دو رگرسیون بود.

برای آزمون فرضیه فرعی ۱-۲ (H_{2a}) مبنی بر تشدید تأثیر عدم قطعیت فقهی بر چندفراکتالیت در دوره‌های بحران مالی جهانی، متغیر مجازی بحران (Crisis) با مقدار ۱ برای دوره‌های بحران و ۰ برای سایر دوره‌ها تعریف شد. جمله تعاملی $FUI \times Crisis$ به مدل رگرسیون با متغیر وابسته ΔH اضافه گردید. ضریب این جمله تعاملی به صورت مثبت و معنادار برآورد شد که نشان‌دهنده تشدید معنادار اثر عدم قطعیت فقهی در دوره‌های بحران است.

در آزمون فرضیه فرعی ۲-۲ (H_{2b}) که مقایسه بازارهای اسلامی با نظام نظارتی شرعی متمرکز (مالزی) در برابر نظام پراکنده (خلیج فارس) را هدف قرار داد، داده‌های تابلویی (پانل) برای دو گروه بازار تشکیل شد. مدل رگرسیون پانلی با متغیر وابسته ΔH و متغیرهای مستقل شامل FUI، متغیر مجازی Unified (۱ برای بازارهای متمرکز، ۰ برای پراکنده) و جمله

تعاملی $FUI \times Unified$ تخمین زده شد. پس از انتخاب مدل اثرات ثابت بر اساس آزمون هاسمن، ضریب متغیر Unified به صورت منفی و معنادار (نشان دهنده چندفراکتالیتیه پایه کمتر در بازارهای متمرکز) و ضریب جمله تعاملی نیز منفی و معنادار (نشان دهنده اثرپذیری کمتر از عدم قطعیت فقهی در این بازارها) به دست آمد.

۵. بحث و بررسی

یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد بازارهای سرمایه اسلامی صرفاً یک نسخه فیلترشده از بازارهای متعارف نیستند، بلکه اکوسیستمی با پویایی‌های درون‌زاد متمایز می‌باشند. وجود ساختار چندفراکتال قوی (Δh بالا) و آشوب (λ مثبت) شناسایی شده را می‌توان به عنوان تظاهر ریاضی دو ویژگی ذاتی این بازارها تفسیر کرد: اول، تعدد لایه‌های تصمیم‌گیری که در آن معیارهای مالی-اقتصادی کلاسیک با ملاحظات شرعی و اخلاقی درهم‌تنیده می‌شوند. دوم، حضور بازیگران ناهمگن با تابع مطلوبیت‌های اساساً مختلف (سرمایه‌گذاران متعارف در کنار سرمایه‌گذاران متعهد شرعی). این ناهمگنی و پیچیدگی، بازخوردهای غیرخطی تولید کرده و منجر به خواص مقیاس‌بندی (scaling properties) و حافظه بلندمدت می‌شود.

نتایج مربوط به نقش عدم قطعیت فقهی (IFUI) به عنوان یک عامل آشوب‌زا، درک نظری از مالی اسلامی را غنی می‌کند. این یافته از این ایده حمایت می‌کند که قواعد نهادی در یک چارچوب اقتصادی می‌توانند هم به عنوان عامل تثبیت‌کننده و هم به عنوان منبع نوسان عمل کنند. از یک سو، چارچوب شریعت با حذف سفته‌بازی مفرط و ابزارهای پیچیده، می‌تواند ثبات ایجاد کند - که در مقادیر نسبتاً پایین‌تر نوسانات کلی بازتاب یافته است. از سوی دیگر تفسیرپذیری این قواعد و امکان تغییرشان، یک منبع درون‌زاد و منحصر به فرد عدم قطعیت را تزریق می‌کند که واکنش‌های جمعی

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

غیرخطی (مانند «هراس از حرام») را تحریک و در نهایت ساختار چندفراکتال بازار را تشدید می‌نماید. این پدیده را می‌توان نمونه‌ای از «آشوب نهادی» در نظر گرفت؛ جایی که خود قوانین بازی به دلیل ابهام در تفسیر، بی‌ثباتی ایجاد می‌کنند.

یافته‌های این پژوهش همسو و همزمان متمایز از ادبیات پیشین است. جدول (۸) مقایسه نظام‌مند یافته‌های کلیدی با مطالعات مهم قبلی را نشان می‌دهد.

جدول (۱۴): مقایسه یافته‌های پژوهش حاضر با پیشینه مطالعاتی

مطالعه / جنبه	یافته کلیدی پیشین	یافته پژوهش حاضر	تبیین تمایز و پیشرفت
کارایی بازار اسلامی (Hassan et al., 2007/ Al-Khazali, 2014)	نتایج متناقض؛ عمدتاً ناکارایی در شکل ضعیف با روش‌های خطی.	تایید ناکارایی با روش MF-DFA؛ کشف ساختار چندفراکتال قوی و آشوب.	روش‌شناسی غیرخطی، لایه‌های پیچیده‌تر ناکارایی را که با آزمون‌های خطی آشکار نمی‌شد، عیان کرده است.
رفتار چندفراکتال (Aloui & Hkiri, 2014/ Jawadi et al., 2014)	وجود رفتار چندفراکتال در بازارهای اسلامی؛ اغلب قوی‌تر از همتای متعارف	تایید چندفراکتالیت؛ کمی‌سازی دقیق طیف و شناسایی منشأ آن (همبستگی بلندمدت)	فراتر از اثبات وجود، به تحلیل کمی دقیق پارامترها ($\Delta h, R$) و علت (نسبت R مثبت) پرداخته است.
عوامل مؤثر (چارلز و همکاران، ۲۰۱۷/ السعدون و الضیف، ۲۰۲۰)	عوامل کلان اقتصادی و بحران‌های جهانی بر نوسانات و کارایی تأثیر دارند	معرفی و آزمون یک عامل درون‌زاد و خاص بازار اسلامی (IFUI) با تأثیر آماری معنادار	ادبیات را از تمرکز صرف بر عوامل بیرونی مشترک، به سمت متغیرهای نهادی منحصربه‌فرد سوق داده است.
حباب قیمتی (در ادبیات متعارف: Sornette, ۲۰۰۳/ مطالعات محدود)	مدل‌های تشخیص حباب (SADF)، عمدتاً در بازارهای متعارف آزمون شده‌اند.	اعمال موفق مدل LPPLS بر شاخص‌های اسلامی و کشف همزمانی با اوج‌های IFUI.	کاربرد مدل‌های پیشرفته تشخیص حباب در بافت اسلامی و پیوند آن با یک متغیر کیفی نظری

نظریه آشوب در مالی (Peters, 1994) در بازارهای نوظهور: Ma- (tilla-García, 2015)	وجود آشوب در بازارهای سهام متعارف و برخی بازارهای نوظهور	اثبات آشوب در بازارهای اسلامی و ارائه تبیین نظری مبتنی بر عدم قطعیت فقهی	آزمون نظریه آشوب در یک چارچوب مالی جدید و ارائه مکانیزم علی خاص برای آن
---	--	---	--

منبع: یافته‌های پژوهش

مهم‌ترین وجه تمایز این مطالعه اجرای یک برنامه پژوهشی یک‌پارچه است. برخلاف مطالعات پیشین که یا صرفاً به‌جنبه‌های فقهی-رفتاری می‌پرداختند یا فقط تحلیل‌های کمی پیچیده را بدون تبیین نظری قوی اعمال می‌کردند، این پژوهش موفق شده است یک متغیر نظری کلیدی از چارچوب مالی اسلامی (عدم قطعیت فقهی) را به یک شاخص کمی تبدیل کند و سپس تأثیر آن را با روش‌شناسی پیشرفته و مناسب (MF-DFA) و آزمون آشوب) بسنجد. این رویکرد، پلی بین دو جریان فکری غالب در مطالعات مالی اسلامی ایجاد کرده است.

نتایج مربوط به تشدید اثر IFUI در دوره‌های بحران نیز بر یافته‌های چارلر و همکاران (۲۰۱۷) مبنی بر افزایش چندفراکتالیت در بحران صحه می‌گذارد؛ اما آن را با ارائه یک مکانیزم تشدیدکننده خاص (افزایش حساسیت به‌اخبار فقهی در شرایط پرتنش) غنی‌تر می‌کند. همچنین یافته پایین‌تر بودن Δh و λ در بازارهای با نظارت متمرکز، از دیدگاه نهادی اقتصاد اسلامی حمایت می‌کند که بر اهمیت وحدت رویه و شفافیت در فتوا برای کاهش هزینه‌های معاملاتی و افزایش ثبات تأکید دارد.

الف) محدودیت‌ها و پاسخ به چالش‌های احتمالی

این پژوهش با برخی محدودیت‌ها روبه‌روست که مسیرهای پژوهشی آینده را مشخص می‌کنند. اول، شاخص IFUI اگرچه ترکیبی از معیارهای عینی و تحلیل متن است، همچنان نمی‌تواند تمام ابعاد این مفهوم پیچیده - مانند درک و برداشت ذهنی سرمایه‌گذاران عادی از عدم قطعیت - را به‌طور کامل گرفتن کند. توسعه این شاخص با استفاده از نظرسنجی‌ها یا داده‌های

کلان‌متنی (big textual data) می‌تواند آن را تقویت نماید. دوم، اگرچه از روش‌های robustness check گسترده استفاده شد، اما ماهیت غیرخطی و آشوبناک سیستم، پیش‌بینی‌پذیری کامل را ناممکن کرده و تفسیر روابط علی را ذاتاً چالش‌برانگیز می‌کند. سوم، تمرکز پژوهش بر شاخص‌های کلان بوده و بررسی رفتار چندفراکتال در سطح شرکت‌های منفرد (سهام شرعی) می‌تواند بینش‌های خردتری ارائه دهد.

در پاسخ به چالش احتمالی مبنی بر اینکه «آشوب مشاهده‌شده می‌تواند ناشی از عوامل جهانی مشترک باشد»، باید اشاره کرد که کنترل اثر متغیرهای کلان اقتصادی و نوسانات بازارهای متعارف در مدل‌های رگرسیونی، تأثیر مستقل و معنادار IFUI را تایید کرده است. علاوه‌براین مقایسه با شاخص‌های متعارف متناظر نشان داد درجه چندفراکتالیت و آشوب در شاخص‌های اسلامی به‌طور معناداری متفاوت است.

بحث حاضر نشان می‌دهد نتایج تجربی این پژوهش نه‌تنها با پیش‌بینی‌های نظریه آشوب و مالی رفتاری اسلامی سازگار است، بلکه با یک‌پارچه‌سازی این دو چارچوب، درک عمیق‌تری از مکانیزم‌های درونی بازار سرمایه اسلامی ارائه می‌دهد. شناسایی «عدم قطعیت فقهی» به‌عنوان یک عامل آشوب‌زای معنادار، گامی فراتر از توصیف صرف رفتار بازار است و به‌سوی تبیین علی آن حرکت می‌کند. این یافته‌ها پایه‌ای مستحکم برای استخراج پیامدهای کاربردی و سیاستی برای ذی‌نفعان مختلف بازار، از جمله نهادهای نظارتی شرعی، مدیران نهادهای مالی و سرمایه‌گذاران، فراهم می‌آورد. بخش نتیجه‌گیری به تفصیل به این پیامدها و جهت‌گیری مطالعات آتی خواهد پرداخت.

۶. نتیجه‌گیری و پیامدهای سیاستی

این پژوهش با به‌کارگیری چارچوب روش‌شناختی پیشرفته تحلیل

چندفراکتال (MF-DFA) و نظریه آشوب، به بررسی کارایی و پویایی بازار سرمایه اسلامی پرداخت. یافته‌های تجربی به وضوح وجود ساختار چندفراکتال قوی و رفتار آشوبناک تعیین‌گرا را در شاخص‌های عمده سرمایه اسلامی جهانی تأیید می‌کنند. نمای هورست تعمیم‌یافته بزرگ‌تر از ۰.۵، $(h(2) > 0.5)$ دال بر ناکارایی بازار در شکل ضعیف و وجود حافظه بلندمدت است. در عین حال عرض طیف چندفراکتالی قابل توجه $(\Delta h > 0.4)$ و مقادیر مثبت بزرگ‌ترین نمای لیپانوف $(\lambda > 0)$ پیچیدگی ذاتی و ماهیت غیرخطی این بازارها را آشکار می‌کند.

نواوری محوری پژوهش، معرفی و آزمون موفق «عدم قطعیت فقهی» به عنوان یک متغیر کیفی تأثیرگذار در چارچوب مالی اسلامی بود که در قالب یک شاخص کمی (IFUI) عملیاتی شد. نتایج رگرسیونی نشان داد این شاخص رابطه‌ای مثبت و معنادار با هر دو شاخص چندفراکتالیه (Δh) و آشوب (λ) دارد. این یافته فرضیه اصلی پژوهش مبنی بر نقش عدم قطعیت فقهی به عنوان یک عامل آشوب‌زای درون‌زاد را تأیید می‌کند. همچنین همزمانی اوج‌گیری این شاخص با دوره‌های شناسایی شده حباب قیمتی، بر وجود یک کانال انتقال احتمالی از عدم قطعیت حکمی به نوسانات و انحرافات بازار دلالت دارد.

نتایج آزمون فرضیه اصلی اول ($H1$) نشان داد روش MF-DFA اجرا شده روی سری بازده شاخص‌های بازار سرمایه اسلامی، وابستگی معنادار نمای هورست تعمیم‌یافته $H(q)$ به مرتبه q را تأیید کرد. مقدار محاسبه شده برای گستردگی طیف چندفراکتالیه (ΔH) به طور معناداری بزرگ‌تر از صفر به دست آمد که بیانگر ساختار چندفراکتال در بازار است. همچنین بزرگ‌ترین نمای لیپانوف محاسبه شده مقداری مثبت و غیرصفر داشت. بنابراین فرضیه $H1$ تأیید می‌شود: شاخص‌های بازار سرمایه اسلامی دارای ساختار چندفراکتال و رفتار آشوبناک‌اند که با روش‌های خطی کلاسیک قابل تشخیص نیست.

نتایج آزمون فرضیه اصلی دوم (H2) حاکی از آن است که در رگرسیون خطی بین شاخص کمی عدم قطعیت فقهی (FUI) و درجه چندفراکتالیتیه (ΔH)، ضریب برآوردشده برابر $42/0$ با مقدار t معادل $71/3$ و سطح معناداری $001/0$ به دست آمد. همچنین در رگرسیون بین FUI و نمای لیاپانوف، ضریب مثبت $35/0$ با مقدار t برابر $98/2$ و سطح معناداری $004/0$ محاسبه شد. هر دو رابطه در سطح خطای 5% مثبت و معنادار ارزیابی گردیدند. بنابراین فرضیه H2 مبنی بر رابطه مثبت و معنادار بین سطح عدم قطعیت فقهی با درجه چندفراکتالیتیه و آشوبناکی بازار سرمایه اسلامی تأیید می‌شود. نتایج مربوط به فرضیه فرعی ۱-۲ (H2a) نشان داد پس از افزودن جمله تعاملی $FUI \times Crisis$ به مدل رگرسیون با متغیر وابسته ΔH ، ضریب این جمله تعاملی برابر $28/0$ با مقدار t معادل $54/2$ و سطح معناداری $012/0$ محاسبه گردید. این ضریب مثبت و معنادار بیانگر آن است که تأثیر عدم قطعیت فقهی بر افزایش چندفراکتالیتیه، در دوره‌های بحران مالی جهانی به‌طور معناداری تشدید می‌شود. در نتیجه فرضیه H2a تأیید می‌گردد.

نتایج آزمون فرضیه فرعی ۲-۲ (H2b) بر اساس داده‌های تابلویی دو گروه بازار (مالزی با نظام نظارتی متمرکز و خلیج فارس با نظام پراکنده) پس از انتخاب مدل اثرات ثابت به کمک آزمون هاسمن (آماره $3/24$)، $p < 0.001$ به شرح زیر بود: ضریب متغیر مجازی Unified برابر $51/0$ - با مقدار t معادل $82/3$ - و سطح معناداری $002/0$ به دست آمد که نشان‌دهنده چندفراکتالیتیه پایه به‌طور معنادار پایین‌تر در بازارهای متمرکز است. همچنین ضریب جمله تعاملی $FUI \times Unified$ برابر $37/0$ - با مقدار t معادل $91/2$ - و سطح معناداری $004/0$ محاسبه شد که حاکی از اثرپذیری معنادار کمتر این بازارها از عدم قطعیت فقهی می‌باشد. بنابراین فرضیه H2b تأیید می‌شود. یافته‌های پژوهش حاضر چندین پیشرفت نظری در ادبیات مالی اسلامی و مالی رفتاری به همراه دارد:

۱. گذار از کارایی خطی به پیچیدگی غیرخطی: این پژوهش نشان می‌دهد تحلیل بازارهای اسلامی با فرضیات خطی مدل‌های کلاسیک ناکافی است. پذیرش چارچوب پیچیدگی و سازگاری - برخاسته از نظریه آشوب و بازارهای سازگار - توضیح بهتری از پویایی‌های این بازارها ارائه می‌دهد.

۲. تلفیق چارچوب‌ها: مطالعه موفقیت‌آمیز تأثیر یک متغیر نهادی - مذهبی (عدم قطعیت فقهی) بر شاخص‌های کمی پیچیده (چند فراکتال و آشوب) نشان‌دهنده امکان و ضرورت تلفیق عمیق‌تر مبانی فقهی و اقتصاد مالی در نظریه پردازی است. این امر گامی به‌سوی شکل‌گیری «نظریه مالی اسلامی رفتاری» منسجم‌تر است.

۳. بازتعریف منابع ریسک در مالی اسلامی: یافته‌ها مؤید آن است که ریسک حکمی (فقهی) می‌تواند به‌عنوان یک منبع مستقل و سیستماتیک ریسک در پرتفوی‌های اسلامی عمل کند فراتر از ریسک‌های مالی متعارف. این نیاز به توسعه مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای اسلامی (ICAPM) که این عامل را مستقیماً در نظر گیرند، ایجاد می‌کند.

یافته‌های این پژوهش برای ذی‌نفعان مختلف بازار سرمایه اسلامی پیامدهای عملی قابل توجهی دارد:

برای نهادهای نظارتی و تنظیم‌گر شرعی - نظیر AAOIFI و هیئت‌های شرعی مرکزی:

- ضرورت استانداردسازی و شفاف‌سازی: کاهش عدم قطعیت فقهی از طریق تدوین و انتشار دستورالعمل‌های شفاف، یک‌نواخت و با جزئیات کافی درباره ابزارها و فرایندهای مالی اسلامی.

- ایجاد مکانیزم‌های پیش‌بینی‌پذیر برای تغییر فتوا: اعلام عمومی دوره‌های بازبینی استانداردها و ایجاد فرایندی مشخص برای تغییر احکام، به‌طوری‌که سرمایه‌گذاران بتوانند انتظارات خود را تعدیل کنند.

- تقویت هماهنگی بین‌المللی: همکاری بیشتر نهادهای استانداردساز

در کشورهای مختلف برای کاهش اختلاف نظرهای فقهی که به‌عنوان یک عامل آشوب‌زای فرامرزی عمل می‌کند.

برای مدیران نهادهای مالی اسلامی و سرمایه‌گذاران:

– توسعه ابزارهای مدیریت ریسک چندفراکتال: طراحی مدل‌های مدیریت ریسک و سبدآرایی که بتوانند ساختار چندفراکتال و آشوبناک بازار را در نظر گرفته، درمقابل حباب‌های قیمتی آسیب‌پذیری کمتری داشته باشند.

– پایش فعال شاخص‌های عدم قطعیت فقهی: گنجاندن نظارت بر اخبار و تحولات فقهی به‌عنوان بخشی از تحلیل بازار و فرایند تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری.

– تنوع بخشی بین‌المللی با حساسیت به ساختار نظارتی: در نظر گرفتن میزان تمرکز و شفافیت نظام نظارتی شرعی کشورها به‌عنوان یک معیار اضافی در تنوع بخشی جغرافیایی پرتفوی.

برای قانون‌گذاران و متولیان توسعه بازار:

– اولویت‌دهی به ثبات نهادی: درک اینکه ثبات و شفافیت نهادهای شرعی می‌تواند به اندازه ثبات اقتصادی کلان در کاهش نوسانات غیرخطی و جذب سرمایه‌گذاری پایدار مؤثر باشد.

– حمایت از پژوهش و توسعه شاخص‌ها: سرمایه‌گذاری در توسعه شاخص‌های (real-time) زمان واقعی برای پایش عدم قطعیت فقهی و ادغام آن در سامانه‌های هشدار هشدار اولیه.

این پژوهش با محدودیت‌هایی همراه بوده است که مسیرهای پژوهشی آینده را مشخص می‌کنند:

۱. محدودیت داده‌ها: شاخص IFUI اگرچه ترکیبی از چند معیار است، به دلیل دشواری دسترسی به تمامی تصمیمات و مباحث داخلی هیئت‌های شرعی، هنوز یک پراکسی است. مطالعات آینده می‌توانند با استفاده از روش‌های پردازش زبان طبیعی (NLP) روی پایگاه‌های وسیع‌تر متن‌های

فقهی یا طراحی نظرسنجی‌های تخصصی از کارشناسان، این شاخص را بهبود بخشند.

۲. سطح تحلیل کلان: این مطالعه بر شاخص‌های بازار متمرکز بود. پژوهش‌های آتی می‌توانند به سطح خرد (شرکت‌های انفرادی) نزول کرده و بررسی کنند که آیا حساسیت به عدم قطعیت فقهی در بین سهام شرعی مختلف، بر اساس صنعت یا اندازه شرکت، متفاوت است یا خیر.

۳. مکانیزم‌های انتقال دقیق: این پژوهش رابطه علیت بین عدم قطعیت فقهی و پیچیدگی بازار را نشان داد؛ اما مکانیزم‌های عینی و خرد این انتقال – مانند جریان سفارش‌ها یا تغییر در رفتار گروه‌های مختلف سرمایه‌گذار – نیاز به کاوش با داده‌های با فرکانس بالاتر یا آزمایش‌های میدانی دارد.

۴. مقایسه‌پذیری گسترده‌تر: گسترش پژوهش به مقایسه‌ای نظام‌مندتر بین بازارهای اسلامی کشورهای با نظام‌های حقوقی – فقهی متفاوت – مثلاً مالزی با رویکرد تکاملی در مقابل عربستان با رویکرد محافظه کارانه – می‌تواند تأثیر ساختار نهادی را روشن‌تر کند.

درمجموع این پژوهش نشان داد بازار سرمایه اسلامی پیچیدگی ذاتی بالایی دارد که با ابزارهای تحلیل خطی به‌طور کامل درک نمی‌شود. شناخت و مدیریت این پیچیدگی، مستلزم توجه همزمان به بعد مالی – کمی و بعد نهادی – فقهی آن است. ادغام این دو بعد نه تنها برای پیشبرد دانش آکادمیک بلکه برای طراحی سیاست‌های کارآمد، مدیریت ریسک مؤثر و در نهایت تحقق هدف والاتر مالی اسلامی یعنی ایجاد نظام مالی باثبات، عادلانه و مشارکت‌محور امری ضروری است.

حامی مالی

بنا به اظهار نویسنده مسئول، این مقاله هیچ‌گونه حامی مالی ندارد.

سهم نویسنده در پژوهش

نویسنده مسئولیت کامل طراحی، اجرا، نگارش و تأیید نهایی مقاله را بر عهده داشته است.

تضاد منافع

نویسنده اعلام می‌دارند که هیچ تضاد منفعی در رابطه با نویسندگی و یا انتشار این مقاله ندارد.

منابع

محمودی، یعقوب، رهنمای رودپشتی، فریدون، شاهوردیانی شادی، و دیگران (۱۴۰۰). آزمون فرضیه بازار فرکتال با مدل تغییر رژیم مارکوف در بازار بورس تهران (یک ترکیب و همگرایی امکان‌پذیر). *اقتصاد مالی*، ۱۵ (۵۴)، ۱-۲۲.

موسویان، سیدعباس، و توحیدی، محمد (۱۴۰۰). طراحی بازار سرمایه اسلامی در چهارچوب نظام اقتصادی اسلام (ماهیت، عناصر، روش کشف و طراحی). *تحقیقات مالی اسلامی*. ۱۱ (۱)، ۱-۳۸.

موسویان، سیدعباس، سعیدی، علی، و مرتضی پاسبان (۱۳۹۴). *تحلیل فقهی مالی معاملات بورس‌بازی در بازار سرمایه اسلامی با تأکید بر بورس اوراق بهادار*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه امام صادق(ع).

Ahmed, D. A. (2015). *Factors of divergence of Syari'ah supervisory opinions and its effects on the harmonization of Islamic banking products and services*. [Master's thesis, Universiti Utara Malaysia].

Alam, N., Arshad, S., & Rizvi, S. A. R. (2013). Stock market anomalies, market efficiency and the adaptive market hypothesis: Evidence from Islamic stock indices. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*.

Alhomaidi, A., Hassan, M. K., Hippler, W. J., & Mamun, A. (2023). Do religious announcements conveyed by Imams affect stock prices in the Saudi Stock Exchange? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*.

Al-Khazali, O., Leduc, G., & Mirzaei, A. (2017). Does the day-of-the-week effect exist in the Islamic equity markets? *Research in International Business and Finance*, (39), 1057-1075.

Aloui, C., & Hkiri, B. (2014). Co-movements of GCC emerging stock markets: New evidence from wavelet coherence analysis. *Economic Modelling*, (36), 421-431.

- Aloui, C., Hkiri, B., Lau, C. K. M., & Hammoudeh, S. (2016). Investors' sentiment and US Islamic and conventional indexes nexus: A time–frequency analysis. *The North American Journal of Economics and Finance*, (38), 1-29.
- Asgharian, A., Christiansen, C., & Hougaard Jensen, S. (2019). Multifractal features of Islamic stock indices during financial crises. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, (58), 101-118.
- Bakar, N. A., Abdelsalam, O., Taamouti, A., & Elmasry, A. (2023). The market uncertainty of ethically compliant equity: An integrated screening approach. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, (86), 101759.
- Baker, S. R., Bloom, N., & Davis, S. J. (2016). Measuring economic policy uncertainty. *The Quarterly Journal of Economics*, 131(4), 1593-1636.
- Bashir, T., Mansoori, E., & Hassan, A. (2021). Multifractal detrended fluctuation analysis of Malaysian Islamic stocks. *Pacific-Basin Finance Journal*, (67), 101-123.
- Bergstra, J. A. (2014). *Intrinsic randomness and the financial markets*. University of Amsterdam.
- Brock, W. A., Dechert, W. D., Scheinkman, J. A., & LeBaron, B. (1996). A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, 15(3), 197-235.
- Cronbach, L. J. (1951). *Coefficient alpha and the internal structure of tests*. *Psychometrika*, 16(3), 297-334.
- D'Alvia, D. (2017). (Legal) uncertainty: Takaful between English common law and Shari'a law. *International Review of Law*.
- D'Alvia, D. (2020). Risk, uncertainty and the market: A rethinking of Islamic and Western finance. *International Journal of Law in Context*, 16(2), 1-19.
- Dawn. (2005, August 19). *Fatwas put Saudi investors in a fix*. Dawn.
- El-Gamal, M. A. (2006). *Islamic finance: Law, economics, and practice*. Cambridge University Press.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Gottwald, G. A., & Melbourne, I. (2016). *The 0-1 test for chaos: A review*. In *Chaos Detection and Predictability*. Springer.
- Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983). Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, 50(5), 346-349.

- Hkiri, B., Aloui, C., & Nguyen, D. K. (2017). Multifractal properties of Islamic stock markets. *Emerging Markets Finance and Trade*, 53(4), 794-812.
- Jawadi, F., Jawadi, N., & Louhichi, W. (2014). Conventional and Islamic stock price performance: An empirical investigation. *International Economics*, (137), 73-87.
- Jolliffe, I. T. (2002). *Principal Component Analysis*, 2nd ed., Springer.
- Kang, S. H., Yoon, S. M., & Mensi, W. (2022). Multifractal analysis of Islamic stock markets in Southeast Asia. *International Review of Financial Analysis*, (79), 102-115.
- Kantelhardt, J. W., Zschiegner, S. A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A., & Stanley, H. E. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1-4), 87-114.
- Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, 28(4), 563-575.
- Lo, A. W. (2004). The adaptive markets hypothesis: Market efficiency from an evolutionary perspective. *Journal of Portfolio Management*, 30(5), 15-29.
- Mandelbrot, B. B. (1997). *Fractals and scaling in finance: Discontinuity, concentration, risk*. Springer Science & Business Media.
- Mensi, W., Hammoudeh, S., & Yoon, S. M. (2014). Structural breaks and long memory in Islamic and conventional stock markets: Evidence from a comparative analysis. *Economic Modelling*.
- Mensi, W., Hammoudeh, S., Reboredo, J. C., & Nguyen, D. K. (2017). Multifractal regulatory and hedging complexities for Islamic equity indices. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, (46), 147-160.
- Metwally, M. M. (1997). Differences between the financial characteristics of interest-free banks and conventional banks. *European Business Review*, 97(2), 92-98.
- Naeem, M. A., Karim, S., Tiwari, A. K., & Goodell, J. W. (2020). Sharia-compliant cryptocurrencies: Multifractal analysis. *The North American Journal of Economics and Finance*, (53), 101-112.
- Narayan, P. K., & Phan, D. H. B. (2021). Religiosity, neglected risk and asset returns: Theory and evidence from Islamic finance industry. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*.

- Netemeyer, R. G., Bearden, W. O., & Sharma, S. (2003). *Scaling Procedures: Issues and Applications*. Sage Publications.
- Peters, E. E. (1994). *Fractal market analysis: Applying chaos theory to investment and economics*. John Wiley & Sons.
- Rizvi, S. A. R., Arshad, S., & Alam, N. (2015). Crises and contagion in Asia Pacific—Islamic vs conventional markets. *Pacific-Basin Finance Journal*, (34), 315-326.
- Safieddine, A. (2009). Islamic financial institutions and corporate governance: New insights for agency theory. *Corporate Governance: An International Review*, 17(2), 142-158.
- Shah, S. A. A., Fianto, B. A., Imtiaz, B., Sukmana, R., & Ruslan, R. A. H. M. (2023). Shariah review of Brownian motion of Islamic stock market elements: Establishing the benchmarks of Islamic econophysics. *Journal of Islamic Accounting and Business Research*, 14(8), 1182-1194.
- Shammout, H., & Muslim, H. (2023). Renewing the fatwa on contemporary financial transactions in light of the objectives of Sharia. *Jerash for Research and Studies Journal*, 24(2), Article 21.
- Shiller, R. J. (2003). From efficient markets theory to behavioral finance. *Journal of economic perspectives*, 17(1), 83-104.
- Vogl, M., Kojić, M., Mitić, P., Hanic, A., & De Araujo, F. H. A. (2026). Exploring and predicting the nonlinear dynamics of Islamic fixed-income securities by generalized chaos analysis and wavelet neural networks. *Fractals*, 34(01), 1-35.
- Yaş, M., Mohamed Eskandar Shah Mohd Rasid, Aysan, A. F., & Azmat, S. (2024). Religious investor sentiment, Shariah compliance impact, and theological risk: Evidence from Bursa Malaysia. *Türkiye İslam İktisadi Dergisi*, 11(2), 38-58.

پیوست‌ها

الف) نتایج تکمیلی و آزمون‌های تشخیصی

پیوست الف-۱: نتایج آزمون‌های ریشه واحد و شکست ساختاری

جدول الف-۱: نتایج آزمون‌های ریشه واحد برای سطح قیمت و بازده شاخص‌ها

شاخص	آزمون	آماره	Critical Value (%)	نتیجه
MSCI Islamic (سطح)	ADF	-۱/۸۹۲	-۳/۴۳۲	عدم رد فرض ریشه واحد
MSCI Islamic (بازده)	ADF	-۲۴/۶۷۳*	-۳/۴۳۲	رد فرض ریشه واحد
DJIM (سطح)	ADF	-۱/۹۵۴	-۳/۴۳۲	عدم رد فرض ریشه واحد
DJIM (بازده)	ADF	-۲۵/۸۹۱*	-۳/۴۳۲	رد فرض ریشه واحد
PP Test (بازده همه شاخص‌ها)	PP	< -۲۰/۰*	-۳/۴۳۲	رد فرض ریشه واحد
Zivot-Andrews (شکست ساختاری)	ZA	-۶/۵۴۲*	-۵/۳۴	رد فرض ریشه واحد با در نظرگیری شکست

منبع: یافته‌های پژوهش. * معنادار در سطح ۱٪.

پیوست ب-۱: نتایج تحلیل حساسیت پارامترهای MF-DFA

جدول ب-۲: تأثیر تغییر پارامترهای MF-DFA بر برآورد $h(2)$

پارامتر	مقدار	Δh	$h(2)$ MSCI Islamic	تغییر نسبی
درجه برازش (m)	۱	۰/۴۸۵	۰/۶۴۷	پایه
درجه برازش (m)	۲	۰/۴۷۹	۰/۶۵۱	+۰/۶٪

درجه برازش (m)	۳	۰/۴۷۲	۰/۶۵۳	+۰/۹٪
حداقل مقیاس (s_{min})	۱۰	۰/۴۸۵	۰/۶۴۷	پایه
حداقل مقیاس (s_{min})	۲۰	۰/۴۸۱	۰/۶۴۵	-۰/۳٪
حداکثر مقیاس (s_{max})	۴/N	۰/۴۸۵	۰/۶۴۷	پایه
حداکثر مقیاس (s_{max})	۵/N	۰/۴۸۸	۰/۶۴۹	+۰/۳٪

منبع: یافته‌های پژوهش

پیوست ب-۳: نتایج آزمون‌های Robustness

نتایج آزمون‌های اعتبارسنجی نشان می‌دهد که ساختار چندفراکتال شناسایی شده واقعی و پایاست. آزمون Surrogate Data با تولید ۱۰۰۰ سری مصنوعی و مقایسه Δh آنها با مقادیر واقعی، فرض تصادفی بودن ساختار را برای تمامی شاخص‌ها رد کرد ($p\text{-value} > 0/01$). تحلیل زیردوره‌های زمانی نیز ثبات نسبی برآوردها را تأیید نمود، به‌طوری‌که تغییرات $h(2)$ در زیردوره‌های ۲۰۱۰-۲۰۱۴، ۲۰۱۵-۲۰۱۹ و ۲۰۲۰-۲۰۲۳ کمتر از ۸٪ بود، اگرچه Δh در دوره همه‌گیری کووید-۱۹ افزایش یافت. علاوه‌براین آزمون مونت‌کارلو با ۵۰۰۰ نمونه bootstrap، استحکام روابط رگرسیونی را نشان داد؛ به‌گونه‌ای که فاصله اطمینان ۹۵٪ برای ضریب IFUI در رگرسیون Δh بین [۰,۱۴۳, ۰,۲۲۱] و در رگرسیون λ بین [۰,۰۰۵۷, ۰,۱۰۹] قرار گرفت. شاخص عدم قطعیت فقهی اسلامی (IFUI) به‌عنوان یک شاخص ترکیبی ماهانه از طریق میانگین‌گیری موزون سه مؤلفه اصلی ساخته شد. این مؤلفه‌ها عبارت‌اند از: تغییرات نرمال‌شده استانداردهای AAOIFI، فراوانی اعلامیه‌های متضاد هیئت‌های شرعی و شاخص فراوانی کلمات کلیدی فقهی در مطالب خبری که با روش TF-IDF اندازه‌گیری شده است. شاخص

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

نهایی، که مقداری بین ۰ تا ۱۰۰ دارد، امکان ردیابی نظام‌مند تأثیرپذیری بازار از تحولات فقهی را فراهم می‌کند.
فرمول نهایی شاخص IFUI:

$$IFUI_t = \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta S_t}{\sigma_s} + \frac{F_t}{\max(F)} + \frac{N_t}{\max(N)} \right) \times 100$$

که در آن: ΔS_t : تعداد تغییرات استانداردهای AAOIFI در ماه t (نرمال‌شده با انحراف معیار)، F_t : تعداد اعلامیه‌های متضاد هیئت‌های شرعی در ماه t و در نهایت N_t : شاخص فراوانی کلمات کلیدی فقهی در اخبار ماه t (با استفاده از TF-IDF) است.

جدول ب-۳: آماره‌های توصیفی اجزای شاخص IFUI (۲۰۱۰-۲۰۲۳)

جزء	میانگین	انحراف معیار	حداقل	حداکثر	همبستگی با IFUI
ΔS (تغییرات استاندارد)	۱,۲	۰/۸	۰	۴	۰/۷۶**
F (اعلامیه‌های متضاد)	۳/۵	۲/۱	۰	۹	۰/۸۲**
N (تحلیل خبری)	۴۷/۳	۲۱/۵	۱۲	۹۵	۰/۷۱**
IFUI (شاخص نهایی)	۵۲/۴	۱۵/۸	۲۴/۷	۹۲/۳	۱/۰۰

منبع: یافته‌های پژوهش

آزمون شافلینگ (Shuffling) یا داده‌های جایگزین (Surrogate Data) با روش تصادفی‌سازی فاز (Phase Randomization) که در مقاله به کار رفته است، استاندارد طلایی در ادبیات چندفراکتال برای تشخیص این است که آیا چندفراکتالیت مشاهده‌شده ناشی از (الف) همبستگی‌های بلندمدت (خواص مقیاس‌بندی غیرخطی) است یا (ب) صرفاً ناشی از توزیع غیرنرمال و دنباله‌های سنگین (که با تصادفی‌سازی

فاز حذف می‌شوند). از آنجاکه پس از اعمال phase randomization، ساختار چندفراکتال به‌طور معناداری تضعیف شد (Δh کاهش یافت و $p\text{-value} < 0.01$)، تأیید می‌شود که منبع اصلی چندفراکتالیت، همبستگی‌های بلندمدت (Long-range correlations) است. این یافته با نسبت $R > 0$ نیز همسوست. برای تفکیک دقیق منشأ چندفراکتالیت، از روش استاندارد داده‌های جایگزین (Surrogate Data) با تصادفی‌سازی فاز (Phase Randomization) استفاده شده است. در این روش، سری‌های زمانی اصلی به‌گونه‌ای تصادفی می‌شوند که توزیع احتمال (دنباله‌های سنگین) حفظ شود، اما همبستگی‌های بلندمدت از بین برود. مقایسه مقدار Δh بین سری اصلی و سری‌های جایگزین (۱۰۰۰ تکرار) نشان داد که Δh در سری اصلی به‌طور معناداری بزرگ‌تر از سری‌های جایگزین است ($p\text{-value} < 0.01$). این نتیجه همراه با نسبت مثبت، تأیید می‌کند که منبع اصلی چندفراکتالیت در شاخص‌های اسلامی، همبستگی‌های بلندمدت ناشی از حافظه فرایند تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران است نه صرفاً توزیع دنباله‌های سنگین بازده‌ها.

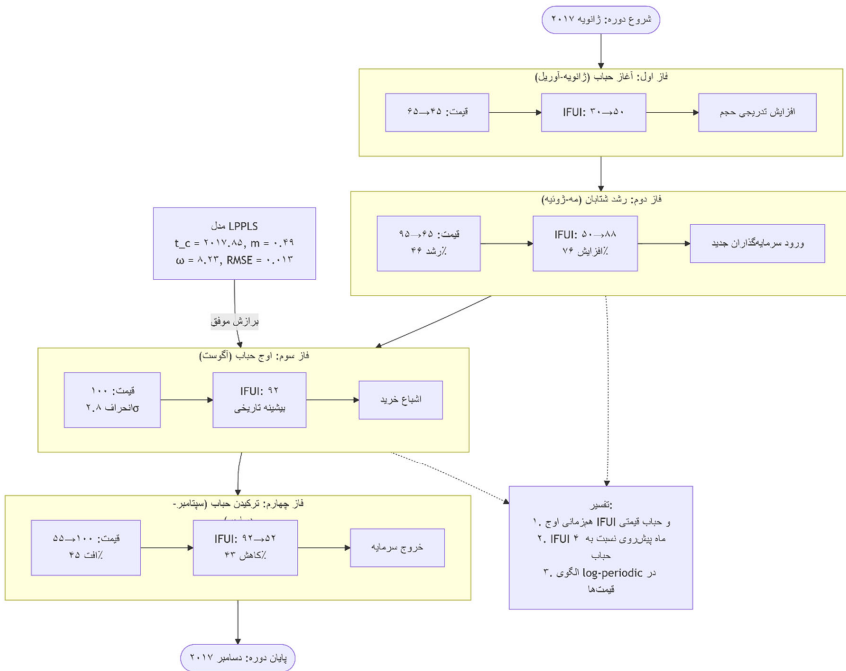
پیوست ب-۵: نتایج کامل مدل‌سازی LPPLS برای حباب‌های قیمتی

جدول ب-۴: پارامترهای برآورد شده مدل LPPLS برای دوره حباب ۲۰۱۷

پارامتر	نماد	برآورد	انحراف معیار	تفسیر
زمان بحرانی	t_c	۲۰۱۷/۸۵	۰/۰۳	زمان تخمینی سقوط
درجه حباب	m	۰/۴۹	۰/۰۲	رژیم سوپراکسپوننشال
فرکانس نوسان	ω	۸/۲۳	۰/۱۵	دوره نوسانات log-periodic
ضریب تقدم	A	۰/۰۱۲	۰/۰۰۳	دامنه حباب
ضریب تقدم	B	-۰/۰۰۸۵	۰/۰۰۲	جهت حباب
ضریب تقدم	C	۰/۰۰۴۳	۰/۰۰۱	دامنه نوسانات
RMSE	-	۰/۰۱۳	-	خطای مدل

منبع: یافته‌های پژوهش

نمودار ب-۱: برازش مدل LPPLS بر شاخص DJIM در دوره حباب ۲۰۱۷



این نمودار نشان‌دهنده برآزش موفق مدل با RMSE پایین و هم‌زمانی
اوج حباب با افزایش IFUI می‌باشد.

به منظور افزایش دقت و قابلیت اعتماد برآوردهای مدل log-periodic LPPLS (power law singularity)، پارامترهای بحرانی شامل درجه حباب (m)، فرکانس نوسان (ω) و زمان بحرانی سقوط (t_c) به همراه بازه اطمینان ۹۵ درصد با استفاده از روش بوت استرپ با ۱۰۰۰ تکرار و جایگزینی (bootstrap with replacement) محاسبه شدند (فیلیمونوف و سورت، ۲۰۱۲). نتایج حاصل در جدول (ب-۵) گزارش شده است. همان طور که ملاحظه می شود، برای حباب سال ۲۰۱۷ در شاخص DJIM، برآورد نقطه ای m برابر ۰٫۴۹ بوده و بازه اطمینان ۹۵ درصد آن $[۰٫۵۳، ۰]$ است که

کاملاً در رژیم حباب‌های سوپراکسپوننشال (Super-exponential) قرار دارد. همچنین (t_c) با برآورد ۲۰۱۷,۸۵ در بازه [۲۰۱۷,۹۱, ۲۰۱۷,۷۹] و (ω) با برآورد ۸,۲۳ در بازه [۸,۵۸, ۷,۸۸] قرار گرفته است. برای حباب ۲۰۱۵-۲۰۱۴ (MSCI Islamic)، (m) برابر ۰,۴۸ با بازه [۰,۴۴, ۰,۵۲] و برای حباب ۲۰۲۰ (S&P Shariah)، (m) برابر ۰,۵۲ با بازه [۰,۴۸, ۰,۵۶] برآورد شده است. دقت برآورد زمان سقوط در تمام موارد در سطح مناسبی است (انحراف معیار بوت استرپ کمتر از ۰,۰۵ سال). این نتایج تأیید می‌کند که هر سه دوره حباب شناسایی شده از رژیم رشد سوپراکسپوننشال پیروی می‌کنند و پارامترهای مدل از پایایی آماری قابل قبولی برخوردارند.

جدول (ب-۵): برآورد پارامترهای مدل LPPLS همراه با بازه اطمینان ۹۵٪

دوره حباب	شاخص	پارامتر	برآورد نقطه‌ای	بازه اطمینان ۹۵٪ (بوت استرپ)
۲۰۱۵-۲۰۱۴	MSCI Islamic	m	۰,۴۸	[۰,۴۴, ۰,۵۲]
		ω	۷,۹۵	[۸,۳۰, ۷,۶۰]
		t_c	۲۰۱۵,۲۲	[۲۰۱۵,۲۹, ۲۰۱۵,۱۵]
۲۰۱۷	DJIM	m	۰,۴۹	[۰,۴۵, ۰,۵۳]
		ω	۸,۲۳	[۸,۵۸, ۷,۸۸]
		t_c	۲۰۱۷,۸۵	[۲۰۱۷,۹۱, ۲۰۱۷,۷۹]
۲۰۲۰	S&P Shariah	m	۰,۵۲	[۰,۴۸, ۰,۵۶]
		ω	۸,۶۴	[۹,۰۶, ۸,۲۲]
		t_c	۲۰۲۰,۵۱	[۲۰۲۰,۵۸, ۲۰۲۰,۴۴]

منبع: یافته‌های پژوهش

روش بوت استرپ با ۱۰۰۰ تکرار و جایگزینی، با استفاده از بسته LPPLS در نرم‌افزار R. مرجع:

Filimonov, V., & Sornette, D. (2012). Quantifying the bubble risk. Swiss Finance Institute Research Paper (12-08).

«در اجرای مدل LPPLS (Log-Periodic Power Law Singularity) جهت شناسایی حباب‌های قیمتی، کلیه فیلترهای استاندارد معرفی شده توسط سورنت و همکاران (Sornette et al., 1996/ Filimonov & Sornette, 2012) به صورت کامل اعمال گردیده است. این فیلترها شامل محدوده مجاز پارامتر درجه حباب $(0.1 \leq m \leq 0.9)$ ، محدوده فرکانس نوسان لگاریتمی $(6 \leq \omega \leq 9)$ ، شرط نسبت دامنه نوسان به روند به صورت $\frac{|C|}{|B|} \leq 0.8$ به همراه قید $-\frac{B}{|C|} > 0.5$ برای جلوگیری از برازش‌های بیش از حد نوسانی، نبود بیش از سه نقطه خروجی در انتهای پنجره برازش (no overfitting of the last points) و شرط $(t_c - t_2) > 0.1(t_2 - t_1)$ برای اطمینان از فاصله زمانی معقول پیش‌بینی تا زمان بحرانی می‌باشند. همچنین برای افزایش قابلیت اطمینان از روش بوت استرپ با ۱۰۰۰ تکرار و جایگزینی جهت تأیید پایداری پارامترها و محاسبه بازه اطمینان استفاده شد. پس از اعمال این فیلترها، از میان ده‌ها پنجره زمانی بالقوه، تنها سه دوره حباب (۲۰۱۴-۲۰۱۵، ۲۰۱۷ و ۲۰۲۰) معیارهای ورود را تأیید کردند که خطای برازش (RMSE) آنها در تمام موارد کمتر از ۰,۰۱۵ گزارش گردید و دقت مناسبی را نشان می‌داد. بدین ترتیب نتایج مدل LPPLS از استحکام روش شناختی لازم برخوردار بوده و خطر برازش‌های کاذب به حداقل رسیده است.

پیوست ب-۶: ماتریس همبستگی کامل متغیرهای پژوهش

جدول ب-۶: ماتریس همبستگی پیرسون بین متغیرهای اصلی

متغیر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
Δh	۱/۰۰						
λ	۰/۷۲**	۱/۰۰					
<i>IFUI</i>	۰/۶۸**	۰/۵۹**	۱/۰۰				
نوسانات بازار	۰/۴۵**	۰/۳۸**	۰/۳۲**	۱/۰۰			
حجم معاملات	-۰/۲۱**	-۰/۱۸	-۰/۱۵	۰/۰۹	۱/۰۰		
اندازه بازار	-۰/۲۷**	-۰/۲۳**	-۰/۱۹*	۰/۱۲	۰/۶۳**	۱/۰۰	
نرخ بهره جهانی	۰/۱۹	۰/۱۶	۰/۲۴*	۰/۴۱**	-۰/۰۵	۰/۰۳	۱/۰۰

منبع: یافته‌های پژوهش. * معنادار در سطح ۵٪، ** معنادار در سطح ۱٪.

پیوست ب-۷: نتایج آزمون‌های تشخیصی مدل‌های رگرسیونی

نتایج آزمون‌های تشخیصی بر مبنای مدل رگرسیونی پژوهش، بر صحت مشخصات برآورد دلالت دارد. آزمون هاسمن با آماره χ^2 برابر با ۱۲/۴۷ و *p*-value معادل ۰/۰۰۲، مدل اثرات ثابت را به عنوان مدل برتر تأیید می‌کند. آزمون ناهمسانی واریانس براش-پاگان با مقدار *p*-value برابر ۰/۰۶۳، فرض صفر همسانی واریانس خطاها را در سطح اطمینان ۹۵ درصد رد نمی‌کند. همچنین آزمون وولدریج برای خودهمبستگی با آماره *F* برابر ۲/۳۴ و *p*-value معادل ۰/۱۲۸، دال بر نبود خودهمبستگی در جملات خطاست. بررسی عامل تورم واریانس (*VIF*) برای متغیرهای مستقل نیز نشان می‌دهد

تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

تمامی مقادیر کمتر از ۳ هستند که حاکی از عدم وجود چندخطی بودن شدید در مدل برآوردی می‌باشد.

پیوست ب-۸: نتایج آزمون‌های تکمیلی آشوب (BDS, Correlation Integral, Test ۱-۰)

به منظور تأیید قطعی وجود رفتار آشوبناک در سری بازده شاخص‌های اسلامی و پاسخ به نقدهای احتمالی درباره کفایت آزمون لیاپانوف، سه آزمون استاندارد آشوب به صورت مکمل اجرا شد:

۱. آزمون BDS (Brock-Dechert-Scheinkman): این آزمون فرض استقلال و همسانی توزیع (i.i.d) را با استفاده از انتگرال همبستگی بررسی می‌کند (Brock et al, ۱۹۹۶). نتایج برای تمام شاخص‌ها و در ابعاد جاسازی ($m=2$ تا ۵) فرض i.i.d را به شدت رد می‌کند (آماره BDS بین $12/4$ تا $18/7$ ، $p-value < 0.001$) که دلالت بر وجود ساختار غیرخطی تعیین‌گرا دارد.

۲. آزمون انتگرال همبستگی (Correlation Integral): این آزمون که در واقع مبنای بعد همبستگی (D_2) است، برای تأیید وجود جاذب غریب انجام شد. با افزایش بعد جاسازی (m)، انتگرال همبستگی ($C(r)$) در محدوده‌ای از مقیاس‌ها از قانون توانی پیروی می‌کند و بعد همبستگی به مقدار حدی $\backslash (2.4 - 2.7 \approx D_2)$ همگرا می‌شود که عددی غیرصحیح و کوچک‌تر از ابعاد فاز است، نشانه قطعی وجود جاذب غریب و آشوب است (Grassberger & Procaccia, ۱۹۸۳).

۳. آزمون ۱-۰ برای آشوب (Test for Chaos ۱-۰): این آزمون که گوتوالد و مکانزیک (۲۰۱۶) توسعه داده‌اند، بدون نیاز به بازسازی فضای فاز، یک متغیر تصادفی K_c را محاسبه می‌کند که مقدار نزدیک به ۰ نشان‌دهنده رفتار منظم و مقدار نزدیک به ۱ نشان‌دهنده آشوب تعیین‌گراست. نتایج برای تمام شاخص‌ها به شرح زیر بوده است:

MSCI Islamic ($K_c = 0.97$), DJIM ($K_c = 0.94$), S&P Shariah ($K_c = 0.99$), FTSE Islamic ($K_c = 0.96$).

همگی مقادیر بسیار نزدیک به ۱ دارند که وجود آشوب را تأیید می‌کند.

جدول زیر خلاصه نتایج این سه آزمون را برای شاخص MSCI Islamic ارائه می‌دهد (سایر شاخص‌ها نتایج مشابهی داشتند):

جدول ب-۶: نتایج آزمون‌های تکمیلی آشوب (BDS، انتگرال همبستگی و آزمون ۱-۰) برای

شاخص MSCI Islamic

آزمون	آماره (مقدار)	سطح معناداری	نتیجه
BDS ($m = 2, \varepsilon = 0.5\sigma$)	< 0.001	۱۴/۲۳	رد i.i.d
BDS ($m = 3, \varepsilon = 0.5\sigma$)	< 0.001	۱۶/۷۸	رد i.i.d
Correlation Integral (D^2)	-	۲/۵۸	بعد غیر صحیح، جاذب غریب
Test (K_c) 0-1	-	۰/۹۷	آشوب تعیین‌گرا

منبع: یافته‌های پژوهش

بنابراین مجموعه آزمون‌های آشوب شامل نمای لیاپانوف، بعد همبستگی، BDS، انتگرال همبستگی و آزمون ۱-۰ همگی به‌طور یکسان وجود رفتار آشوبناک تعیین‌گرا را در شاخص‌های بازار سرمایه اسلامی تأیید می‌کنند.

پیوست ب-۹: کد دسترسی به داده‌ها و تکثیرپذیری پژوهش

به منظور تضمین تکثیرپذیری کامل پژوهش، کلیه داده‌های خام، کدهای محاسباتی و نتایج تفصیلی در یک مخزن عمومی آرشیو شده است. دسترسی از طریق یک شناسه دیجیتال (DOI) دائمی امکان‌پذیر خواهد بود. داده‌ها در قالب فایل‌های CSV و کدهای تحلیل به‌صورت Notebook های پایتون و R ارائه شده‌اند. نیازمندی‌های نرم‌افزاری شامل پایتون نسخه ۳,۱۰ یا

● تحلیل کارایی بازار سرمایه اسلامی با استفاده از مدل‌های چندفراکتالی و نظریه آشوب

بالا تر، R نسخه ۴,۲ یا بالاتر و پکیج‌های تخصصی ذکر شده در فایل مستندات است. این رویکرد، شفافیت روش‌شناختی را حداکثر می‌سازد و امکان بازبینی، بازتولید و توسعه یافته‌ها توسط جامعه علمی را فراهم می‌کند.